



مسابقات ریاضی کانگورو ۲۰۱۷

پاسخنامه تشریحی

پاسخنامه تشریحی مسابقه ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

راه حل مسئله های سه امتیازی

۱. ب

توجه کنید که در هر یک از گزینه های الف، ج، د و ه. تنها جای دو کارت عوض شده و جای دو کارت دیگر ثابت باقی مانده است اما در گزینه ی ب جای هر سه کارت ۳۱ و ۹ تغییر کرده است که با توجه به صورت سؤال، امکان پذیر نیست

۲. (ج)

$$(3 \times 6) + (2 \times 8) = 18 + 16 = 34$$

سه حشره و دو عنکبوت روی هم ۳۴ پا دارند

نه جوجه روی هم ۱۸ پا دارند

$$9 \times 2 = 18$$

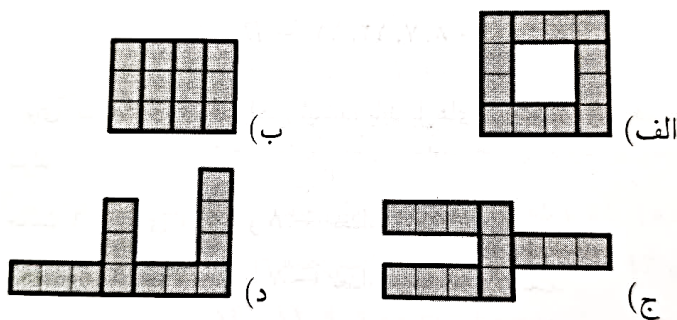
$$34 - 18 = 16$$

$$16 \div 4 = 4$$

پاسخنامه تشریحی مسابقه ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۳. ه)

بررسی سایر گزینه ها

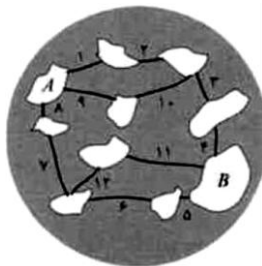


۴. د)

$$\begin{aligned}
 1111 \times 2222 &= 1111(1111 \times 2) \\
 &= (1111 \times 1111) \times 2 \\
 &= 1234321 \times 2 = 2468642
 \end{aligned}$$

پاسخنامه تشریحی مسابقه‌ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۵. (ب)



برای اینکه از A به B برویم، راه‌های زیر وجود دارند:

$$A \rightarrow 1, 2, 3, 4 \rightarrow B$$

$$A \rightarrow 9, 10, 3, 4 \rightarrow B$$

$$A \rightarrow 8, 7, 6, 5 \rightarrow B$$

$$A \rightarrow 8, 7, 12, 11 \rightarrow B$$

برای اینکه از A به B راهی نباشد، باید پل‌های زیر به صورت هم زمان بسته شوند:

حالت ۱ پل‌های ۱ و ۹ و ۸ = تعداد آنها ۳ پل است

حالت ۲ پل‌های ۱ و ۹ و ۷ = تعداد آنها ۳ پل است

حالت ۳ پل‌های ۲ و ۱۰ و ۸ = تعداد آنها ۳ پل است

حالت ۴ پل‌های ۲ و ۱۰ و ۷ = تعداد آنها ۳ پل است

حالت ۵ پل‌های ۳ و ۸ = تعداد آنها ۲ پل است

حالت ۶ پل‌های ۴ و ۸ = تعداد آنها ۲ پل است

حالت ۷ پل‌های ۳ و ۷ - تعداد آنها ۲ پل است

حالت ۸ پل‌های ۴ و ۷ = تعداد آنها ۲ پل است

حالت ۹ پل‌های ۵ و ۱۱ و ۴ = تعداد آنها ۳ پل است

حالت ۱۰: پل‌های ۵ و ۱۱ و ۳ = تعداد آنها ۳ پل است

حالت ۱۱ پل‌های ۶ و ۱۲ و ۴ = تعداد آنها ۳ پل است

حالت ۱۲ پل‌های ۶ و ۱۲ و ۳ = تعداد آنها ۳ پل است

حالت ۱۳ پل‌های ۲ و ۱۰ و ۱۱ و ۵ = تعداد آنها ۴ پل است

حالت ۱۴ پل‌های ۲ و ۱۰ و ۶ و ۱۲ = تعداد آنها ۴ پل است

حالت ۱۵ پل‌های ۱ و ۹ و ۵ و ۱۱ = تعداد آنها ۴ پل است

حالت ۱۶ پل‌های ۱ و ۹ و ۶ و ۱۲ = تعداد آنها ۴ پل است

این حالت‌ها ادامه دارد اما دست کم باید ۲ پل بسته شوند که مربوط به حالت‌های ۵ تا ۸ است

پاسخنامه تشریحی مسابقه ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۶. (الف)

$$۵۰۰ + \text{وزن کتی} = \text{وزن جری}$$

$$۱۰۰۰ + \text{وزن کتی} = \text{وزن لنی}$$

بنابراین کتی از همه سبکتر و لنی از همه سنگین تر است.

۷. (ه)

باید با راهبرد حدس و آزمایش چهار عدد از میان عددهای ۵، ۶، ۱۱۹ و ۱۴ را طوری پیدا کنیم که حاصل جمع دو به دو ی آنها برابر باشند

این چهار عدد عبارت اند از: ۶، ۹، ۱۱ و ۱۴

$$\begin{cases} ۶+۱۴=۲۰ \\ ۱۱+۹=۲۰ \end{cases}$$

در نتیجه باید عددی را پیدا کنیم که جمع آن با عدد ۵ برابر ۲۰ شود.

$$۲۰-۵=۱۵$$

۸. (ج)

تعداد مربع های کوچک ۱۸ است

$$۱۸ \div ۳ = ۶$$

یک سوم ۱۸ مربع میشود ۶ مربع بنابراین ۶ مربع را آبی میکند

$$۱۸ \div ۲ = ۹$$

نصف ۱۸ مربع میشود ۹ مربع بنابراین ۹ مربع را زرد میکند

$$۹+۶=۱۵$$

روی هم ۱۵ مربع را آبی یا زرد میکند

$$۱۸-۱۵=۳$$

در نتیجه ۳ مربع باقی میماند که آنها را قرمز میکند

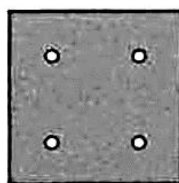
پاسخنامه تشریحی مسابقه ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۹- (ب)

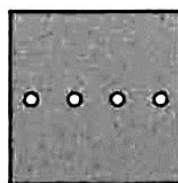
پریسا	۲	۱۲
نسرین	۳	۱۸
مجموع	۵	۳۰

$\swarrow$
 $\times 6$
 $18 - 12 = 6$

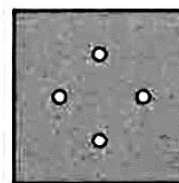
۱۰- (د)



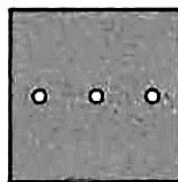
(ج)



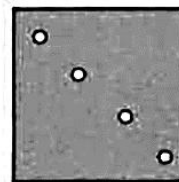
(ب)



(الف)



(هـ)



(د)

پاسخنامه تشریحی مسابقه ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

راه حل مسئله های چهار امتیازی

۱۱. (د)

اگر از عرض مبل سه نفره عرض مبل دو نفره را کم کنیم، عرض مبل یک نفره بدون در نظر گرفتن دسته ها به دست می آید؛ یعنی

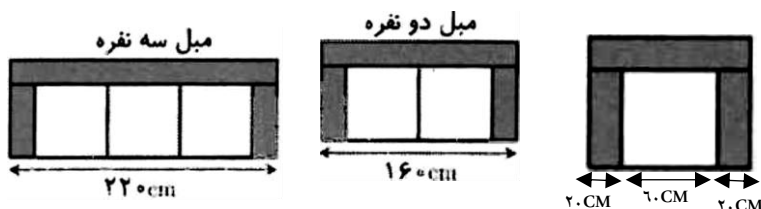
$$220 - 160 = 60 \text{ cm}$$

اگر دو برابر عرض مبل یک نفره بدون در نظر گرفتن دسته ها را از عرض مبل دو نفره کم کنیم عرض دو دسته به دست می آید؛ یعنی

$$160 - (2 \times 60) = 160 - 120 = 40$$

حال اگر عرض دو دسته را با عرض مبل یک نفره بدون در نظر گرفتن دسته ها جمع کنیم، عرض مبل یک نفره به دست می آید؛ یعنی

$$40 + 60 = 100$$



۱۲. (ج)

حرف اول و آخر کلمه ی DAD یکی است، بنابراین باید روی کلیدها دنبال عددی بگردیم که رقم یکان و صدگانش یکسان باشد. پس

کلید ۴۱۴ قفل DAD را باز خواهد کرد. بنابراین عدد ۴ متناظر با حرف D و عدد یک متناظر با حرف A خواهد بود.

(۲) قفل HAB متناظر کلیدی است که دهگانش ۱ باشد، بنابراین تنها کلیدی که این قفل را باز می کند عدد ۸۱۲ است. پس B متناظر

۲ و H متناظر ۸ است (توجه کنید که کلیدهای قفل های ABD و AHD هر دو یکان ۴ و صدگان ۱ دارند و دو کلید ۱۲۴ و ۱۸۴ این ویژگی را دارند. بنابراین برای انتخاب در مرحله ی ۲ مناسب نیستند)

(۳) قفل ABD متناظر کلید ۱۲۴ و قفل AHD متناظر کلید ۱۸۴ است و تنها قفل BHD است که کلیدش در صورت مسئله مشخص

نیست که آن هم کلید ۲۸۴ است.



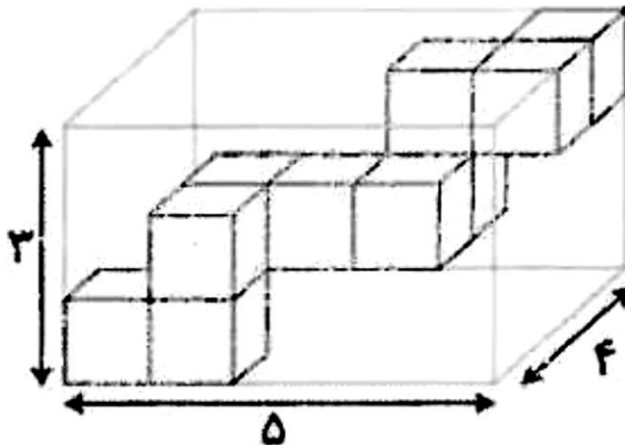
١٣. (ج)

اگر تینا ۲۴ رقم از ۳۱ رقم را حذف کند، مثل این است که ۷ رقم از ۳۱ رقم را انتخاب کرده است (چون $۳۱-۲۴=۷$)

برای آن که بزرگ ترین عدد ۷ رقمی را به دست بیاوریم، باید اولین رقم از سمت چپ بزرگ ترین رقم (یعنی ۹) باشد و برای انتخاب دومین رقم از سمت چپ، اگر دومین رقم ۹ را انتخاب کنیم، بعد از آن، و رقم باقی می ماند که در مجموع عدد انتخابی ما ۴ رقمی می شود، پس نمی توانیم عدد ۹ را به عنوان رقم دوم انتخاب کنیم. همین طور اگر رقم ۸ را انتخاب کنیم، به همین مشکل بر میخوریم. بنابراین ۷ را به عنوان رقم دوم از سمت چپ انتخاب می کنیم و بعد رقم ۸ را و

$12345678910 \cdot 11121314151617181920 \rightarrow 9781920$
 $\downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$
 $9 \qquad \qquad \qquad 7 \ 8 \ 1 \ 9 \ 20$

١٤. (ج)



پاسخنامه تشریحی مسابقه‌ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۱۵. (د)

با راهبرد حدس و آزمایش، جدول را حل می‌کنیم.

$a = ۰$	$b = ۲$	$\rightarrow ۲$
$c = ۱$	$d = ۲$	$\rightarrow ۳$
$\downarrow$	$\downarrow$	
۱	۴	

۱۶. (ه)

نمیدانیم که پدram در روز شنبه چند کیلومتر راه رفته است، پس به جای آن جای خالی ($\square$) می‌گذاریم.

روز	شنبه	یک‌شنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه
مسافت طی شده	$\square$	$\square + ۲$	$\square + ۴$	$\square + ۶$	$\square + ۸$

$\curvearrowright$ $\curvearrowright$ $\curvearrowright$ $\curvearrowright$
 $+۲$ $+۲$ $+۲$ $+۲$

بنابراین داریم:

$$\square + (\square + ۲) + (\square + ۴) + (\square + ۶) + (\square + ۸) = ۷۰$$

$$۵ \times \square$$

در جمع بالا، ۵ تا جای خالی که به جای آن‌ها می‌توان نوشت:

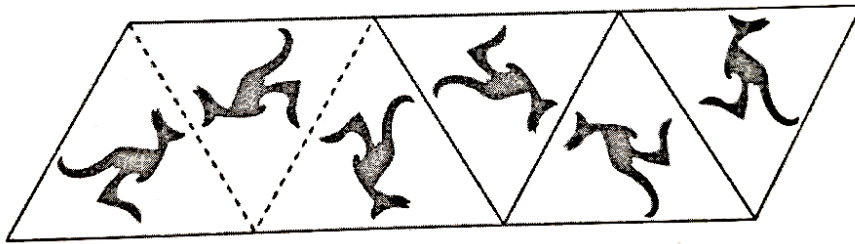
$$۵ \times \square + ۲۰ = ۷۰$$

حدس و آزمایش $\square$ را به دست می‌آوریم که می‌شود: $\square = ۱۰$ روز سه‌شنبه $\square + ۶$ کیلومتر راه رفته است پس داریم:

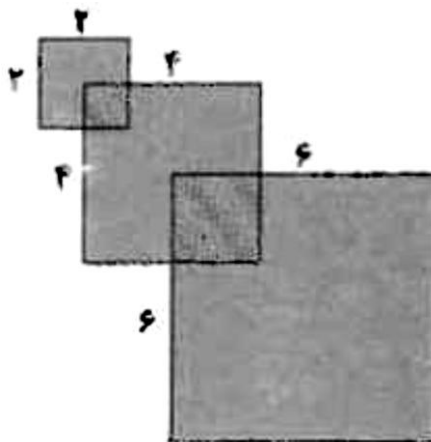
$$\square + ۶ = ۱۶ \text{ km}$$

پاسخنامه تشریحی مسابقه‌ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۱۷. (ه)



۱۸. (ب)



$$(2 \times 2) + (4 \times 4) + (6 \times 6) = 4 + 16 + 36 = 56$$

مساحت قسمتهای هاشور خورده دوبار محاسبه شده است که باید یک بار آن را کم کنیم مساحت قسمت هاشور خورده ی بالایی برابر

$\frac{1}{4}$ است مساحت مربع اولی؛ یعنی

$$\frac{1}{4} \times (2 \times 2) = \frac{1}{4} \times 4 = \frac{4}{4} = 1$$

مساحت قسمت هاشور خورده ی پایینی برابر است با مساحت مربع دومی؛ یعنی

$$\frac{1}{4} \times (4 \times 4) = \frac{1}{4} \times 16 = \frac{16}{4} = \frac{4}{1} = 4$$

بنابراین مساحت کل شکل برابر است با

$$56 - 1 - 4 = 51$$

پاسخنامه تشریحی مسابقه ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۱۹. (ج)

تعداد گلهای آن سه نفر دیگر ۵ و ۷ و ۸ است. این ۳ عدد با هم مساوی نیستند و مجموع آنها ۲۰ است. $(۵+۷+۸=۲۰)$ بنابراین بنا بر صورت مسئله تعداد گلهای ایمان باید از ۵ و ۷ و ۸ کوچک تر باشد، یعنی میتواند ۴ یا ۳ یا ۲ یا ۱ باشد که بزرگترین آن ۴ است حالتهای دیگری نیز ممکن است اتفاق بیفتد؛ مثلاً ۴، ۷ و ۹ که در این حالت ایمان حداکثر می تواند ۳ گل که کم تر از ۴ گل است زده باشد همچنین ایمان نمیتواند بیشتر از ۴ گل زده باشد، چون ممکن نیست ۳ عدد نامساوی با هم و بزرگتر از ۵ داشته باشیم که جمع آنها ۲۰ شود.

۲۰. (د)

برای مثال اگر پول بیتا پنج تومان باشد همه ی گزینه ها را حساب میکنیم تا ببینیم کدام از همه بیش تر است:

$$\text{گزینه ی «الف» : } \begin{cases} ۵ \times ۲ = ۱۰ \\ ۱۰ + ۱ = ۱۱ \\ ۱۱ - ۱ = ۱۰ \end{cases}$$

$$\text{گزینه ی «ب» : } \begin{cases} ۵ + ۱ = ۶ \\ ۶ - ۱ = ۵ \\ ۵ \times ۲ = ۱۰ \end{cases}$$

$$\text{گزینه ی «ج» : } \begin{cases} ۵ \times ۲ = ۱۰ \\ ۱۰ - ۱ = ۹ \\ ۹ + ۱ = ۱۰ \end{cases}$$

$$\text{گزینه ی «د» : } \begin{cases} ۵ + ۱ = ۶ \\ ۶ \times ۲ = ۱۲ \rightarrow \text{بزرگترین} \\ ۱۲ - ۱ = ۱۱ \end{cases}$$

$$\text{گزینه ی «ه» : } \begin{cases} ۵ - ۱ = ۴ \\ ۴ + ۱ = ۵ \\ ۵ \times ۲ = ۱۰ \end{cases}$$

می توان به جای عدد ۵ عدد دیگری را نیز انتخاب کرد.

پاسخنامه تشریحی مسابقه ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

راه حل مسئله های پنج امتیازی



۲۱. الف

۲۲. د

اگر عدد ۱ در یکی از خانه های B یا C یا D یا E قرار بگیرد

A	B	C
D		
E		

آنگاه به ناچار در خانه ی A یکی از عددهای پایینی A و عددهای سمت راستی A باید از خود A بزرگ تر باشند. پس در خانه ی A تنها باید عدد ۱ قرار بگیرد.

۱	۲	۳
۴		
۵		

حالت ۱

۱	۲	۴
۳		
۵		

حالت ۲

۱	۲	۵
۳		
۴		

حالت ۳

۱	۳	۴
۲		
۵		

حالت ۴

۱	۳	۵
۲		
۴		

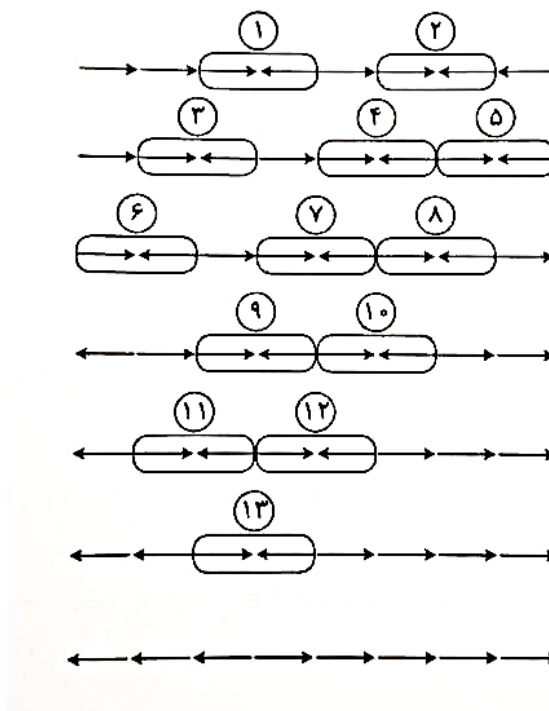
حالت ۵

۱	۴	۵
۲		
۳		

حالت ۶

پاسخنامه تشریحی مسابقه‌ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۲۳. (د)



۲۴. (ج)

با راهبرد حدس و آزمایش مسئله را حل می‌کنیم. اگر عددهایی را که هم مضرب ۲ و هم مضرب ۳ هستند انتخاب کنیم، کمترین تعداد به دست می‌آید

$$۲, ۴, ۶, ۸, ۱۰, ۱۲$$

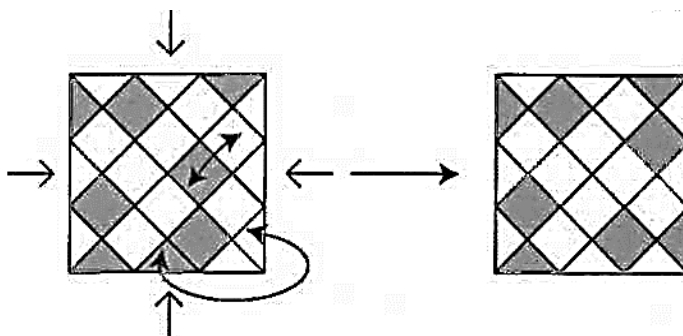
$$۳, ۶, ۹, ۱۲$$

$$\begin{array}{cccccc}
 ۳, & ۳, & ۴, & ۶, & ۵ \\
 \times ۳ \downarrow & \times ۲ \downarrow & \times ۳ \downarrow & \times ۲ \downarrow & \times ۲ \downarrow \\
 ۶ & ۶ & ۱۲ & ۱۲ & ۱۰
 \end{array}$$

که ۶، ۱۲ و ۱۰ سه عدد متفاوت هستند، پس کمترین تعداد ۱۳ است.

پاسخنامه تشریحی مسابقه ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۲۵. (ج)



۲۶. (ج)

چون میخواهیم حداکثر مهره ها را در کیسه داشته باشیم و از هر پنج مهره ای که بر میداریم باید ۴ مهره سبز باشد و یکی قرمز و نیز از هر شش مهره که بر میداریم باید ۵ مهره قرمز باشد و یکی سبز؛ در نتیجه باید مهره ی سبز و ۵ مهره ی قرمز در کیسه داشته باشیم و $5+4=9$ توجه کنید اگر ۵ مهره ی سبز در کیسه داشته باشیم، ممکن است هر پنج مهره ای که از کیسه در می آوریم سبز باشد و اگر ۶ مهره ی قرمز در کیسه داشته باشیم، ممکن است هر شش مهره ای که از کیسه در می آوریم قرمز باشد

۲۷. (د)

آرش ← زوج ۵۲, ۳۲

بهرام ← مضرب ۳ ۴۵, ۳۳, ۲۴

پدرام ← مضرب ۵ ۳۰, ۲۵, ۲۰

آرش آخرین نفری بوده که گویها را برداشته است چون ۲۴ و ۲۰ را که زوج اند به ترتیب بهرام و پدرام قبل از آرش برداشته اند بهرام قبل

از پدرام گوی ها را برداشته است چون عدد ۴۵ را که مضرب ۵ و ۳ است، بهرام برداشته است. پس ترتیب آنها به صورت زیر است

بهرام، پدرام، آرش

پاسخنامه تشریحی مسابقه ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

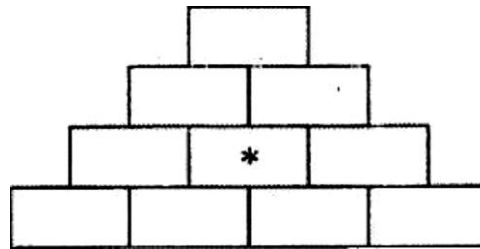
(د.۲۸)

جمع دو عدد فرد عددی زوج است مثال: $۳+۱=۴$

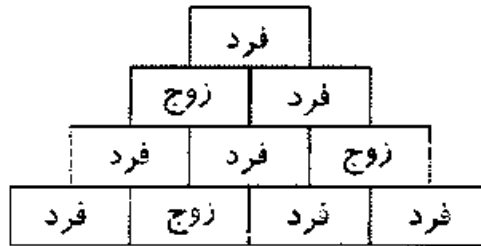
جمع دو عدد زوج عددی زوج است: مثال: $۲+۴=۶$

جمع یک عدد فرد با یک عدد زوج، عددی فرد است؛ مثال: $۴+۱=۵$

می توان جدول را طوری پر کرد که از هر شکل دو تا فرد و یکی زوج باشد (هر سه عدد نمی توانند فرد باشند) بنابراین مانند شکل زیر ۶ عدد فرد داریم:



ری این ۶ عدد فرد را در جدول قرار می دهیم که خانه ی * نیز فرد شود



پاسخنامه تشریحی مسابقه ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۲۹. هـ)



ابتدا ناحیه ها را نام گذاری میکنیم و به دلخواه از یک ناحیه شروع به رنگ آمیزی می کنیم. مرحله ی ۱ ریما ، برای رنگ آمیزی ناحیه ی میتواند چهار رنگ را انتخاب کند. مرحله ی ۲ ناحیه ی B با ناحیه A مرز مشترک دارد . پس ریما رنگی را که در ناحیه ی A انتخاب کرده در ناحیه ی B میتواند از سه رنگ باقی مانده استفاده کند.

مرحله ی ۳: ناحیه ی C با دوناحیه ی A و B مرز مشترک دارد. پس رنگ هایی را که در ناحیه های A و B در مراحل قبل انتخاب شده ، در ناحیه ی C نمیتوان استفاده کرد. بنابراین برای رنگ آمیزی ناحیه ی C میتوان از دو رنگ باقی مانده استفاده کرد.

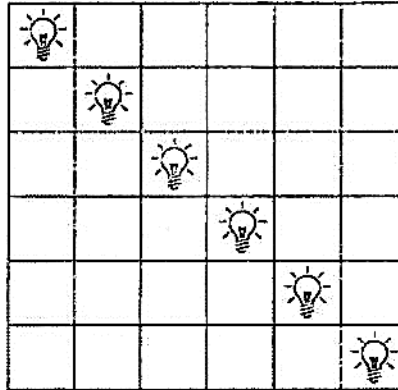
مرحله ی ۴: ناحیه ی D با دوناحیه ی A و C مرز مشترک دارد، پس رنگ هایی را که در ناحیه های A و C در مراحل قبل استفاده شده ، در ناحیه D نمیتوان استفاده کرد.

به طور خلاصه برای ناحیه ی A از ۴ رنگ، برای ناحیه ی B از ۳ رنگ، برای ناحیه ی C از ۲ رنگ و برای ناحیه ی D از ۲ رنگ استفاده کرد

$$4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$$

پاسخنامه تشریحی مسابقه ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۳۰. (ج)



با حالت گیری و با توجه به دو نکته ی زیر میتوان نشان داد که با پنج لامپ نمیتوان همه ی خانه های جدول را روشن کرد.
نکته ی اول آنکه هر سطر یا ستون کناری باید حتماً یک لامپ روشن داشته باشد؛ ((چرا؟)) نکته ی دیگر آنکه هیچ دو سطر یا دو ستون متوالی
نمی تواند خالی از چراغ روشن باشد (چرا؟))