



مسابقات ریاضی کانگورو ۲۰۱۸

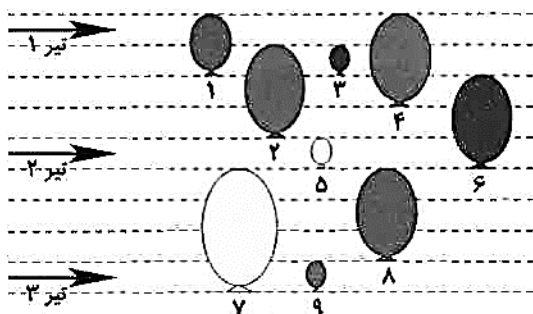
پاسخنامه تشریحی

# پاسخنامه تشریحی مسابقه ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

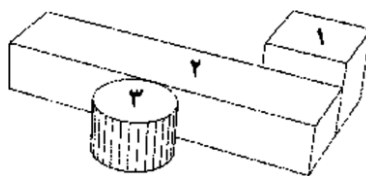
راه حل مسئله های سه امتیازی

۱. الف

تیر ۱، بادکنک های ۱ و ۴  
 تیر ۲ بادکنک های ۵ و ۶ و  
 تیر ۳ بادکنک های ۷ و ۹ را می ترکاند  
 بادکنک های ۲، ۳ و ۸ نمی ترکند



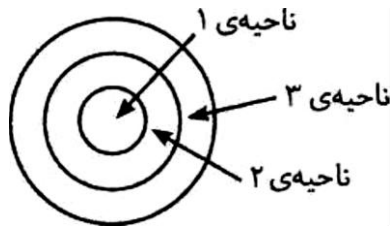
۲. (ج)



اگر از بالا نگاه کند از هر قطعه فقط وجه بالایی آن را می بیند. از قطعه ی مربع را می بیند از قطعه ی مستطیل و از قطعه ی دایره . اگر قطعه ی را در پایین قطعه ی ۲ و در وسط آن ببینیم قطعه ی را در سمت راست و بالای قطعه ی ۲ خواهیم دید

پاسخنامه تشریحی مسابقه ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

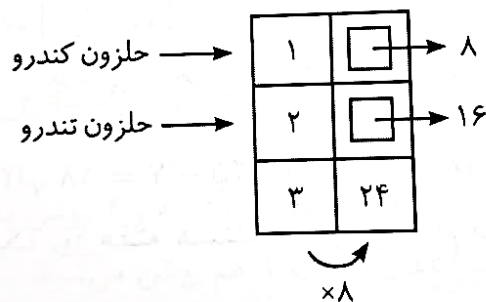
۳. (ب)



|                   |                                            |
|-------------------|--------------------------------------------|
| $14 \div 2 = 7$   | امتیاز هر تیری که به ناحیه ۲ برخورد می کند |
| $16 - 7 = 9$      | امتیاز هر تیری که به ناحیه ۱ برخورد می کند |
| $9 \times 2 = 18$ | امتیاز دینا در شکل سمت راست                |

۴. (ب)

محیط باغ برابر است با  $24 = (2 + 10) \times 2$  واحد طول را یک ضلع مربع های کوچک در نظر میگیریم. با توجه به جدول تناسب زیر



حلزون کندرو در جهت حرکتش ۸ ضلع مربع کوچک و حلزون تندرو در جهت حرکتش ۱۶ ضلع مربع کوچک را طی میکند. بنابراین در نقطه ی B به هم می رسند

پاسخنامه تشریحی مسابقه‌ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۵. (د)

$$\begin{array}{r} \square - 1 \quad 13 \\ \square \diagup \quad \cancel{3} \\ - \quad 2 \quad \bigcirc \\ \hline 2 \quad 5 \end{array}$$

$13 - \bigcirc = 5$ ، بنابراین  $\bigcirc = 8$ . با توجه به تفریق مرتبه‌ی دهگان،  
 $(\square - 1) - 2 = 2$ . در نتیجه  $\square - 1 = 4$  و  $\square = 5$ .

$$\bigcirc + \square = 8 + 5 = 13$$

۶. (ه)

ضلع مربع و هریک از مثلث‌ها  $9 = 36 \div 4$  سانتی متر است. محیط ستاره از  $8 = 2 \times 4$  ضلع مثلث متساوی الاضلاع تشکیل شده است؛ بنابراین محیط ستاره  $72 = 8 \times 9$  سانتی متر مربع است

۷. (د)

باتوجه به جدول تقویمی زیر:

| شنبه | یکشنبه | دوشنبه | سه‌شنبه | چهارشنبه | پنجشنبه | جمعه |
|------|--------|--------|---------|----------|---------|------|
|      |        | ۱      | ۲       | ۳        | ۴       | ۵    |
|      | +۷     | +۷     | +۷      | +۷       | +۷      |      |
|      | ۸      | ۹      | ۱۰      | ۱۱       | ۱۲      |      |

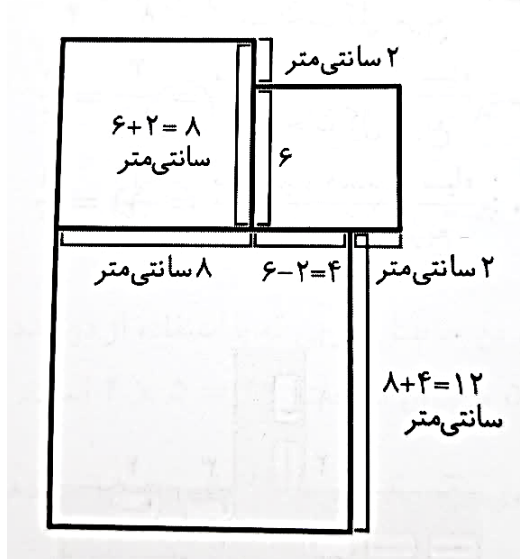
تاریخ‌های ۱۸، ۲۵، ۱۱، ۱۸، ۴ و ۱۱ ام همگی در یک روز هفته هستند. بنابراین ۲۵ ام این ماه روز پنجشنبه است.

# پاسخنامه تشریحی مسابقه ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۸. (ج)

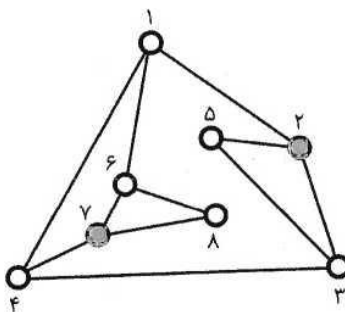
در بدترین حالت در پرتابهای اول تا ششم ۶ عدد مختلف ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ ظاهر میشوند در پرتاب هفتم یکی از این عددها دوباره ظاهر می شود. بنابراین این دست کم ۷ پرتاب لازم است تا مطمئن شویم که یک نتیجه دو بار تکرار شده است.

۹- (ج)



۱۰. (الف)

چراغ ها را به صورت زیر شماره گذاری میکنیم



اگر چراغ ۷ را لمس کنیم چراغ های ۶ و ۸ روشن میشوند. اگر چراغ ۲ را لمس کنیم چراغ های ۳ و ۵ و ۱ هم روشن می شوند

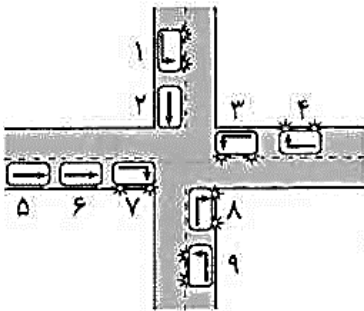
پاسخنامه تشریحی مسابقه ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

راه حل مسئله های چهار امتیازی

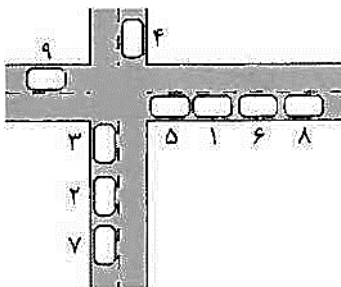
۱۱. (ه)

$$\begin{aligned} \text{مربع ۱: } \frac{\text{مساحت قسمت سیاه}}{\text{مساحت کل مربع}} &= \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \\ \text{مربع ۲: } \frac{\text{مساحت قسمت سیاه}}{\text{مساحت کل مربع}} &= \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \\ \text{مربع ۳: } \frac{\text{مساحت قسمت سیاه}}{\text{مساحت کل مربع}} &= \frac{4}{16} = \frac{1}{4} \\ \text{مربع ۴: } \frac{\text{مساحت قسمت سیاه}}{\text{مساحت کل مربع}} &= \frac{4}{16} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

۱۲. (ب)



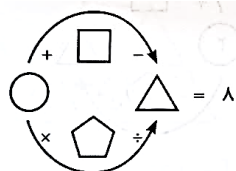
اگر ماشین ها را مطابق شکل بالا شماره گذاری کنیم، بعد از این که از تقاطع رد شدند، وضعیت آنها به شکل زیر خواهد بود



# پاسخنامه تشریحی مسابقه ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۱۳. ه.

لکه ها را با نهادهای زیر نمایش میدهم:



$$\bigcirc + \square - \triangle = 8 \quad \text{رابطه ۱}$$

$$(\bigcirc \times \text{pentagon}) \div \triangle = 8 \quad \text{رابطه ۲}$$

می دانیم بیشترین حاصل ضربی که با استفاده از دو عدد از مجموعه های ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ می توان ساخت ،  $5 \times 4 = 20$  است باتوجه به رابطه دو یکی از حالت های زیر رخ می دهد:

$$\bigcirc \times \text{pentagon} = 8, \triangle = 1 \quad \text{حالت اول:}$$

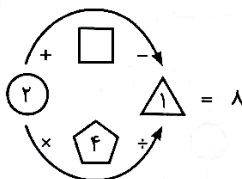
$$\bigcirc \times \text{pentagon} = 16, \triangle = 2 \quad \text{حالت دوم:}$$

با توجه به عددهای داده شده، حالت دوم رخ نمی دهد. ( چون برای دایره و پنج ضلعی یکی از این انتخاب ها را داریم  $16 = 16 \times 1$  یا  $16 = 4 \times 4$  ) برای حالت اول هم دو حالت خواهیم داشت:

$$\bigcirc = 2, \text{pentagon} = 4 \quad \text{حالت اول:}$$

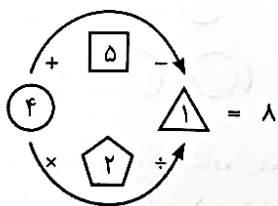
$$\bigcirc = 4, \text{pentagon} = 2 \quad \text{حالت دوم:}$$

بررسی حالت اول:



با توجه به عددهای داده شده، انتخابی برای لکه ی باقی مانده نخواهیم داشت.

بررسی حالت دوم:



# پاسخنامه تشریحی مسابقه ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

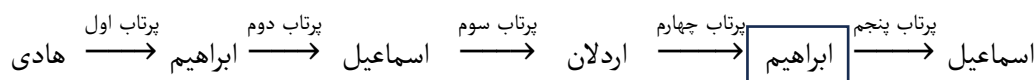
۱۴. (الف)

با توجه به این که تنها جمله ی درست، این جمله است: «حاصل جمع دو و سه، پنج است.» دو جمله ی دیگر نادرست اند. با توجه به جمله ی روی در یک ( شیر پشت این در نیست)، نتیجه می گیریم شیر پشت در یک است.

۱۵. (الف)

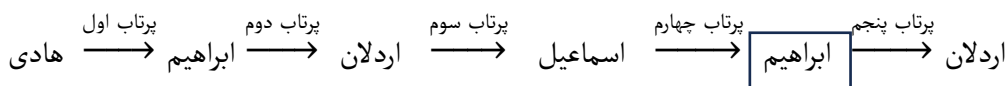
هادی توپ را برای ابراهیم می نداد. ابراهیم می تواند توپ را هم برای اردلان و هم برای اسماعیل بیندازد. اکنون هر دو حالت را بررسی می کنیم:

حالت اول:



بنابراین پرتاب پنجم را ابراهیم انجام داده است.

حالت دوم:

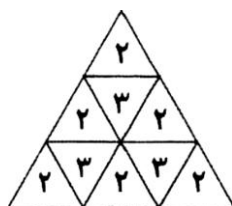


در این حالت هم ابراهیم پرتاب پنجم را انجام داده است.

۱۶. (ج)



خانه های خالی را مطابق شکل بالا نام گذاری میکنیم. می دانیم حاصل جمع عددهای هر دو مثلثی که ضلع مشترک دارند، برابر است. بنابراین  $۳ = ب + ۳ = الف$ . با این حساب  $پ = ب = الف$ . از طرفی  $۳ = ب + ت = ۳ + ت$ ، در نتیجه  $ت = ۰$ . بنابراین حاصل جمع عددهای هر دو مثلثی که یک ضلع مشترک دارند برابر است با  $۵ = ۳ + ۲$  حال خانه های خالی را مطابق شکل زیر کامل میکنیم.



بنابراین حاصل جمع تمام این عددها برابر است با:

$$۶ \times ۲ + ۳ \times ۳ = ۲۱$$



## پاسخنامه تشریحی مسابقه ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۱۷. (ج)

| روز      | تعداد افرادی که عکس را دیدند                 |
|----------|----------------------------------------------|
| دوشنبه   | ۵                                            |
| سه شنبه  | $۵ + ۵ \times ۲ = ۱۵$                        |
| چهارشنبه | $۵ + ۱۰ + ۱۰ \times ۲ = ۳۵$                  |
| پنجشنبه  | $۵ + ۱۰ + ۲۰ + ۲۰ \times ۲ = ۷۵$             |
| جمعه     | $۵ + ۱۰ + ۲۰ + ۴۰ + ۴۰ \times ۲ = ۱۵۵ > ۱۰۰$ |

۱۸. (ه)

بررسی گزینه‌ی الف



وجه ۱ روبه‌روی وجه ۳ است.  
 وجه ۲ روبه‌روی وجه ۴ است.  
 وجه ۵ روبه‌روی وجه ۶ است.

بررسی گزینه‌ی ب



وجه ۱ روبه‌روی وجه ۳ است.  
 وجه ۲ روبه‌روی وجه ۴ است.  
 وجه ۶ روبه‌روی وجه ۵ است.

بررسی گزینه‌ی ج



وجه ۱ روبه‌روی وجه ۳ است.  
 وجه ۲ روبه‌روی وجه ۴ است.  
 وجه ۵ روبه‌روی وجه ۶ است.

بررسی گزینه‌ی د



وجه ۱ روبه‌روی وجه ۳ است.  
 وجه ۲ روبه‌روی وجه ۴ است.  
 وجه ۵ روبه‌روی وجه ۶ است.

بررسی گزینه‌ی ه



وجه ۱ روبه‌روی وجه ۳ است.  
 وجه ۲ روبه‌روی وجه ۴ است.  
 وجه ۵ روبه‌روی وجه ۶ است.

# پاسخنامه تشریحی مسابقه ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۱۹. (الف)

۱ D= زیرا اگر A و C هر دو بزرگترین عدد یک رقمی هم باشند، بیشترین حاصل جمع این دو عدد  $9+9=18$  خواهد بود پس D هیچگاه مقادیر ۲ و بیشتر از آن اختیار نمی کند. با توجه به حاصل جمع مرتبه های صدگان و مرتبه ی یکان در حاصل جمع زیر داریم:

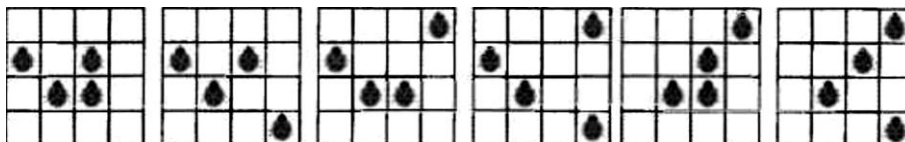
$$\begin{array}{r}
 \textcircled{1} \\
 \begin{array}{r}
 A \quad B \quad C \\
 + \quad C \quad B \quad A \\
 \hline
 D \quad D \quad D \quad D
 \end{array} \\
 C + A = DD = 11 \\
 \begin{array}{c} \nearrow \quad \nwarrow \\ \text{دهگان} \quad \text{یکان} \end{array} \\
 1 + B + B = 1 \rightarrow \boxed{B = 0}
 \end{array}$$

۲۰. (الف)

خانه های جدول چهار در چهار را به صورت زیر شماره گذاری می کنیم:

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| ۴  | ۳  | ۲  | ۱  |
| ۸  | ۷  | ۶  | ۵  |
| ۱۲ | ۱۱ | ۱۰ | ۹  |
| ۱۶ | ۱۵ | ۱۴ | ۱۳ |

کفشدوزک خانه ی ۱۱ ثابت است. کفشدوزک خانه ی ۷ میتواند به یکی از خانه های ۶ و ۸ برود. (چون در سوت سوم از خانه ی ۳ آمده است نمی تواند به آن خانه برود) کفشدوزک خانه ی ۵ میتواند به یکی از خانه های ۶ و ۱ برود و کفشدوزک خانه ی ۱۴ میتواند به یکی از خانه های ۱۰ و ۱۳ برود. بنابراین وضعیت کفشدوزک ها بعد از سوت چهارم ممکن است به یکی از حالت های زیر باشد:



پاسخنامه تشریحی مسابقه ریاضی کانگورو (اف ریاضی)



راه حل مسئله‌های پنج امتیازی

۲۱. (ج)

مینا به یکی از دو حالت زیر می‌تواند عددهایش را انتخاب کند:

حالت اول: ۱، ۲ و ۵

حالت دوم: ۱، ۳ و ۴

پریا فقط عددهای ۱، ۲ و ۴ را می‌تواند انتخاب کند. بنابراین یا عددهای ۱ و ۲ در هر دو نفر مشترک‌اند یا عددهای ۱ و ۴.

۲۲. (ج)

با توجه به ترازوی وسط و ترازوی سمت راست، باید دو شرط زیر برقرار باشند:

$$\text{شرط ۲: } ③ + ④ > ① + ②$$

$$\text{شرط ۳: } ⑤ + ② > ① + ③$$

تنها حالت زیر است که در هر سه شرط صدق می‌کند:

$$\begin{array}{ccccccc}
 ① & + & ④ & = & ② & + & ③ & + & ⑤ \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 ۵۰ & + & ۸۰ & = & ۵۰ & + & ۳۰ & + & ۵۰ & \text{شرط ۱:} \\
 ۳۰ & + & ۸۰ & > & ۵۰ & + & ۵۰ & & & \text{شرط ۲:} \\
 ۵۰ & + & ۵۰ & > & ۵۰ & + & ۳۰ & & & \text{شرط ۳:}
 \end{array}$$

۲۳. (د)

در گزینه‌ی د، اگر  $B > C$  باشد، آنگاه  $AAABBC > AAABCB$  و اگر  $B < C$  باشد، آنگاه  $AAACBB > AAABCB$

۲۴. (ج)

$$\begin{aligned}
 ۴۵ &= ۸۱ - ۳۶ = (\text{سن مادر بزرگ کتابیون} + \text{سن مادر کتابیون}) - (\text{سن کتابیون} + \text{سن مادر کتابیون}) \\
 &\Rightarrow \text{سن کتابیون} - \text{سن مادر بزرگ کتابیون} = ۴۵
 \end{aligned}$$

بنابراین وقتی کتابیون به دنیا آمد، مادر بزرگش ۴۵ ساله بود

# پاسخنامه تشریحی مسابقه ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۲۵. (ب)

$$۲+۳+۴+.....+۱۰=۵۴$$

چون بزرگترین عدد در این مجموعه ۱۰ است جمع عددهای هر گروه نمی تواند از ۱۰ کمتر باشد با توجه به این موضوع و این که ۵۴ بر عددهای ۱۸، ۲۷ و ۵۴ بخش پذیر است، جمع عددهای هر گروه میتواند ۱۸، ۲۷ و ۵۴ باشد. توجه کنید که اگر بتوانیم در هر گروه مجموع ۱۸ را بسازیم، در پایان  $۵۴ \div ۱۸ = ۳$ . گروه خواهیم داشت که بیشترین تعداد ممکن است

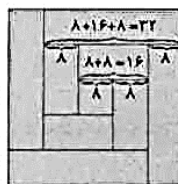
$$\{۸، ۱۰\} \quad \{۲، ۷، ۹\} \quad \{۳، ۴، ۵، ۶\}$$

۲۶. (د)

شکل زیر نحوه تقسیم بندی و برش ها را نشان می دهد.



شکل ۱



شکل ۲

حال با توجه به شکل های ۱ و ۲ طول نوار مستطیلی شکل زانبار برابر است با :  
 $۲۰۰ = ۴ \times ۳۲ + ۴ \times ۱۶ + ۸$  سانتی متر

۲۷. (ب)

اگر در هر یک از خانه های جدول عدد ۱ را بنویسیم، حاصل جمع عددهای جدول  $۵ \times ۵ = ۲۵$  میشود چون میخواهیم حاصل جمع بیشترین مقدار ممکن باشد و هر مربع  $۲ \times ۲$  دقیقاً سه رقم یکجور داشته باشد، باید در هر مربع  $۲ \times ۲$  تنها یک صفر داشته باشیم. در هر ۴ مربع کوچک مشخص شده روی شکل باید یک صفر قرار بگیرد. بنابر این با کم تر از ۴ صفر نمی توان خانه های جدول را پر کرد. روش پرکردن جدول در شکل زیر آمده است. مجموع عددهای جدول ۲۱ است

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ |
| ۱ | ۰ | ۱ | ۰ | ۱ |
| ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ |
| ۱ | ۰ | ۱ | ۰ | ۱ |
| ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ |

## پاسخنامه تشریحی مسابقه ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۲۸. ج)

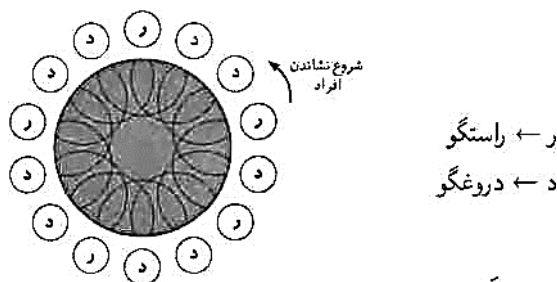
بغل دستیهای هر راستگو، دو دروغگو هستند. بغل دستی های هر دروغگو میتوانند به یکی از حالت های زیر باشند :

حالت ۱: هر دو بغل دستی راستگو هستند

حالت ۲: یکی از بغل دستی ها دروغگو و دیگری راستگوست

که در هر دو حالت او به دروغ میگوید هر دو بغل دستی من دروغگو هستند «چون میخواهیم تعداد دروغگوها بیشترین باشد، بهتر

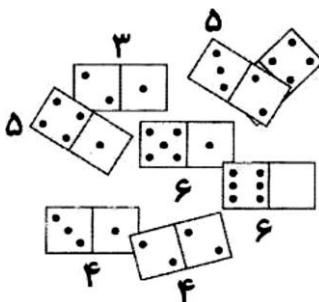
است حالت ۲ رخ دهد. با توجه به این موضوع شروع به نشان دادن افراد میکنیم



پس تعداد دروغگوها ۹ نفر است.

۲۹. ج)

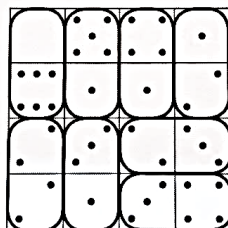
در شکل زیر به جز دومینویی که زیر دیگری قرار گرفته، تعداد خال های هر یک دومینوها کنار آن نوشته شده است.



مجموع تعداد خال های دومینوها باید بر ۴ بخش پذیر باشد. اگر تعداد خال های نوشته شده روی شکل را با هم جمع کنیم، خواهیم داشت

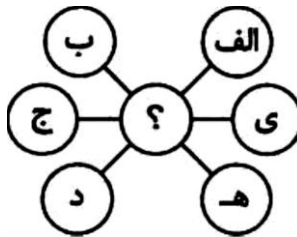
$$۴+۴+۶+۶+۵+۳+۵=۳۳$$

نیبه ی پوشانده شده ی دومینو می تواند ۳ خال داشته باشد، چون  $۳۳+۳=۳۶$ . حال کافی است حدس خود را امتحان کنیم:



پاسخنامه تشریحی مسابقه ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۳۰. (ه)

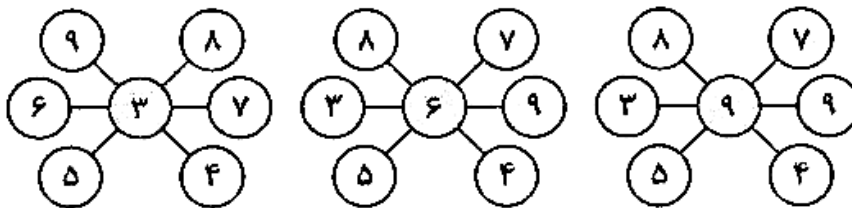


$$\text{الف} + ? + \text{د} = \text{ب} + ? + \text{ه} = \text{ج} + ? + \text{ی}$$

$$\Rightarrow \text{الف} + \text{د} = \text{ب} + \text{ه} = \text{ج} + \text{ه}$$

$$۳ + ۴ + \dots + ۸ + ۹ = ۴۲$$

از آنجا که ۳ خط داریم و مجموع هر ۲ دایره ی کناری روی یک خط با هم برابر است پس ؟-۴۲ باید بر ۳ بخش پذیر باشد. بنابراین ؟ می تواند ۳ و ۶ باشد. روش برگردن دایره ها به صورت زیر است:



$$۳ + ۶ + ۹ = ۱۸$$