

پاسخنامه تشریحی مسابقه‌ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)



مسابقات ریاضی کانگورو ۲۰۲۳

پاسخنامه تشریحی

پاسخنامه تشریحی مسابقه ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

راه حل مسئله های سه امتیازی

۱. ج) اگر به اعداد جدول و الگوهایی که در آن هست دقت کنید، می بینید که هر عدد از عدد بالایی اش ۸ تا بیشتر و از عدد پایینی اش ۸ تا کمتر است. همچنین از عدد سمت راستی اش یکی کمتر است. پس فقط گزینه ی ج ممکن است از این جدول بریده شده باشد که همه ی این شرایط را دارد.

۲. د) برای ساختن ۸۰۰ به ۱۹ تا چوب کبریت نیاز داریم ولی ۷۱۱ را میتوان با ۷ تا چوب کبریت ساخت (تا برای ۲۷ تا برای ۱، ۲ تا ۳ دیگر هم برای ۱ بعدی)

پاسخنامه تشریحی مسابقه ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۳. (د) در تصاویر صفحه ی بعد میبینید که چگونه شکل های (الف)، (ب)، (ج) و (ه) را با فقط یک خط راست به دو مثلث تقسیم کرده ایم:

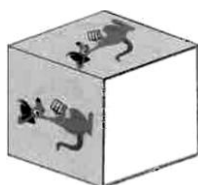


هر چهار ضلعی را می توان با رسم یک قطر آن به دو مثلث تقسیم کرد. ولی در یک شش ضلعی هر قطر یا هر پاره خطی که از رأس به نقطه ای از ضلع وصل شود یا هر پاره خطی که دو نقطه از اضلاع را به هم وصل کند نمی تواند دو مثلث ایجاد کند و حتماً یک شکل از دو شکل ایجاد شده، بیش از سه ضلع دارد



۴. (ب) به کانگوروی روی وجه خاکستری تیره دقت کنید. وجه روبه روی صورت بالای سر و زیر پای کانگورویی که در خانه ی

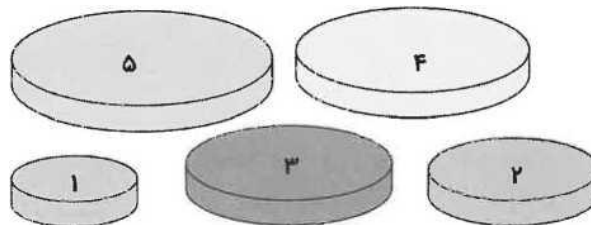
خاکستری تیره قرار دارند همگی سفیدرنگ هستند. با این حساب گزینه های الف و ج و ه نمی توانند مکعب رزا باشند. گزینه ی د نیز رد است زیرا دو کانگورویی که در خانه ی خاکستری روشن قرار دارند جهت هایشان در یک راستا قرار نمی گیرد بلکه بر هم عمودند. شکل روبه رو را ببینید.



پاسخنامه تشریحی مسابقه ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۵. (د) ارتفاع برج ۲۱ ردیف است پس $۱۲ = ۹ - ۲۱$ تا از پله ها در شکل دیده نمی شوند.

۶. (ب) دیسکها را به صورت صفحه ی بعد از کوچک به بزرگ شماره میگذاریم:



به صورت نظام مند تمام حالتهای ممکن برای چیدن چهار تا دیسک را که هر دیسک از دیسک زیرینش کوچک تر باشد، به دست

می آوریم

اگر دیسک ۵ زیر باشد حالتهای ممکن چنین است

۲-۳-۴-۵

۱-۳-۴-۵

۱-۲-۴-۵

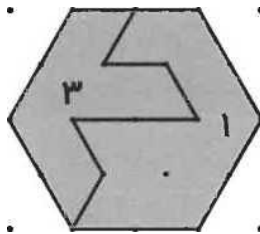
۱-۲-۳-۵

اگر دیسک ۴ زیر باشد تنها حالت ممکن ۱-۲-۳-۴ است و دیگر حالتی برای چیدن دیسک ها وجود ندارد. پس در کل ۵ حالت وجود دارد.

پاسخنامه تشریحی مسابقه ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۷- (د) اولین نوار نواری است که زیر همه ی نوارهای دیگر باشد یعنی نوار ۲ پس از آن نوار ۱ بسته شده که زیر دو نوار دیگر است سپس نوار ۳ و بالاخره نوار ۴ که روی همه ی نوارهای دیگر است پس ترتیب آنها چنین است ۲، ۱، ۴، ۳

۸. (ب) واضح است که قطعه های ۱ و ۲ نمیتوانند کنار هم قرار بگیرند و شش ضلعی را بسازند. همچنین قطعه های ۳ و ۴ نمی توانند کنار هم شش ضلعی را بسازند. علاوه بر این شکل ۴ نه کنار شکل ۱ میتواند به خوبی قرار گیرد نه کنار شکل ۲. با کمی دقت میبینید که قطعه های ۱ و ۳ به خوبی کنار هم قرار میگیرند و شکل شش ضلعی را می سازند



پاسخنامه تشریحی مسابقه ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۹. (ج) بین عددهایی که از سوراخ ها دیده میشوند به ترتیب در جهت عقربه های ساعت اول ۴ تا فاصله است $۴ = ۱ - ۵$ و سپس

۲ تا فاصله هست $۲ = ۵ - ۷$.

پس باید اعدادی را پیدا کنیم که چنین باشند تنها در گزینه ی (ج) فاصله ی ۱۲ تا ۴ و فاصله ی ۴ تا ۶ به همین اندازه ها است

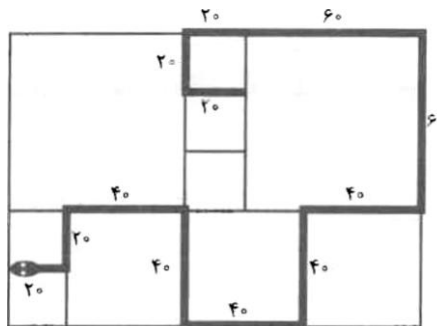
۱۰. (ج) در قطعه ی (ج) مقدار قسمت خاکستری تیره از نصف دایره بیشتر است. بنابراین نمیتوان آن را ساخت. بقیه ی شکلها را با گذاشتن سه تکه روی دایره ی سیاه میتوان ساخت توجه کنید که ممکن است تکه ها روی هم قرار گرفته باشند.

پاسخنامه تشریحی مسابقه ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

راه حل مسئله های چهار امتیازی

۱۱. (ج) اولین عدد $\blacklozenge$ است، عدد بعدی $\heartsuit$ است که هم یکانش متفاوت است هم دهگانش پس $\blacklozenge$ رقم ۹ بوده و $\heartsuit$ رقم ۰ است. به این ترتیب یکان عدد بعدی، یعنی $\blacksquare$ است. به این ترتیب، اولین عدد ۱۹ بوده، بعدی ۲۰ و سومی ۲۱ و عدد بعدی ۲ خواهد بود
- علامت متناظر با ۲ $\heartsuit$ است و ۲۲ به صورت $\heartsuit\heartsuit$ نوشته می شود.

۱۲. (ج) محیط کوچکترین مربع ها ۸۰ سانتی متر است، پس کوچک ترین پاره خط ها در شکل ۲۰ - ۴۰ - ۶۰ سانتی متر هستند اندازه ی پاره خط های دیگر را از روی این پاره خطها و از اینکه در مربع، هر چهار ضلع با هم برابرند به دست می آوریم و طول مار را پیدا میکنیم :



$$\begin{aligned}
 \text{طول مار} &= 20 + 20 + 40 + 40 + 40 + 40 + 40 + 60 + 60 + 20 + 20 + 20 \\
 &= (5 \times 20) + (5 \times 40) + (2 \times 60) \\
 &= 100 + 200 = 300 \\
 &= 300
 \end{aligned}$$

پاسخنامه تشریحی مسابقه ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۱۳. (د) ساعت اصلی قرینه ی تصویر بالای صفحه ی بعد است



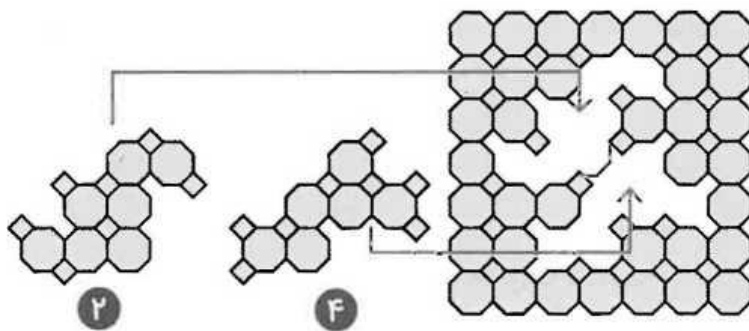
پس ساعت ۲۱ و ۵۱ دقیقه بوده است. سی دقیقه بعد ساعت ۲۲ و ۲۱ دقیقه است و تصویر آن در آینه قرینه ی آن است

توجه کنید که قرینه ی ۱ خود ۱ است و ۲ و ۵ قرینه ی یکدیگر هستند.

۱۴. (ب) اگر مینا راست گفته باشد آنگاه شیشه را پرنیا شکسته و رزا و مهسا هم راست گفته اند در حالی که فقط یک بچه راست گفته است. پس مینا راست نگفته و کار پرنیا نبوده اگر پرنیا راست گفته باشد که کار رزا بوده آنگاه مهسا هم راست گفته است و باز این با اطلاعات مسئله که فقط یک بچه راست گفته است، سازگار نیست. پس پرنیا نیز راست نگفته و کار رزا نبوده است. به این ترتیب فقط رزا می تواند راست گفته باشد و مهسا راست نگفته و شکستن شیشه کار او بوده است

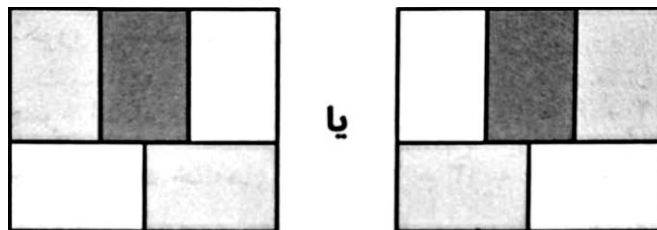
پاسخنامه تشریحی مسابقه‌ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۱۵. (د)



۱۶. (د) رنگ آمیزی را از مستطیل وسط ردیف بالا شروع میکنیم که با تمام مستطیل های دیگر همسایه است. اگر آن را قرمز کنیم

برای اینکه بتوانیم با دو رنگ دیگر سایر مستطیل ها را رنگ کنیم دو حالت داریم:



به همین ترتیب اگر مستطیل وسط بالا را آبی کنیم دو حالت وجود دارد و اگر آن را زرد کنیم نیز دو حالت وجود دارد پس در کل

به ۶ روش مختلف می توانیم شکل را رنگ آمیزی کنیم

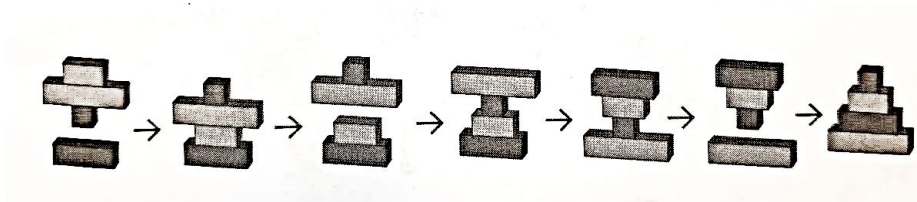
پاسخنامه تشریحی مسابقه‌ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۱۷. (ج). حرکت اول سه تا بلوک بالا را بر می داریم و می چرخانیم

حرکت دوم دو تا بلوک را بر می داریم و می چرخانیم

حرکت سوم هر چهار تا بلوک را بر می داریم و می چرخانیم

حرکت چهارم سه تا بلوک بالایی را بر می داریم و می چرخانیم



پاسخنامه تشریحی مسابقه‌ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

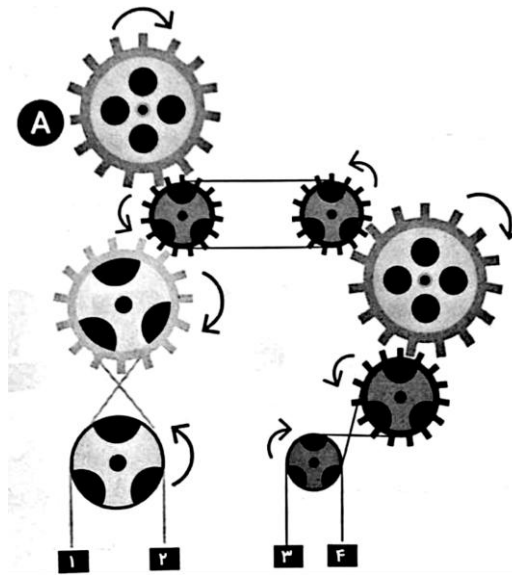
۱۸. (ه) .خانه ی پایان ۱۱ خانه تا خانه ی شروع فاصله دارد و سگ آبی با ۱۱ پرش به آن می رسد. اگر یک دور و نیم از مسیر را در نظر بگیریم ۳۳ خانه است که کانگورو که سه تا سه تا می پرد با ۱۱ پرش به خانه ی پایان میرسد از آنجا که هر دور کامل ۲۲ خانه و هر نیم دور از شروع تا پایان ۱۱ خانه است پس تعداد خانه ها برای رسیدن به خانه ی پایان همیشه فرد است و خرگوش که دو تا دو تا میپرد هرگز به خانه ی پایان نمیرسد بنابراین برنده ی مسابقه کانگورو و سگ آبی هستند.

۱۹. (الف)

مجموع اعداد خانه های خاکستری رنگ $۲۰ = ۶ + ۴ + ۷ + ۲ + ۱$ است و مجموع اعداد خانه های سفید $۴۰ = ۱۳ + ۱۱ + ۸ + ۵ + ۳$ است . باید رنگ دو خانه ای را که اختلافشان ۱۰ تاست با هم عوض کنیم تا ۱۰ تا از مجموع خانه های سفید کم شده و ۱۰ تا به مجموع اعداد خانه های خاکستری اضافه شود و مجموع هر دو دسته از خانه ها با هم برابر و برابر با ۳۰ شود . در گزینه ها ۱ و ۱۱ چنین ویژگی ای دارند

پاسخنامه تشریحی مسابقه‌ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۲۰- (ب) با دنبال کردن حرکت چرخ دنده‌ها می‌بینید که ۲ و ۳ بالا می‌روند:



پاسخنامه تشریحی مسابقه ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

راه حل مسئله های پنج امتیازی



۲۱. (د) شکل های بالاترین جعبه همه ی شکل های جعبه های ردیف پایین هستند، ولی توجه کنید که شکل های جعبه ی وسط ردیف پایین دوبار در این شکل ها ظاهر می شوند. پس اگر یک مربع و دو دایره ی مربوط به شکل های جعبه ی راست و چپ پایین را برداریم آنچه میماند دو برابر شکل های جعبه ی وسط است.

۲۲. (د)

راه حل اول تعداد مکعب های هر خانه را که با سازه ی سمت راست پوشیده می شود خاکستری تیره کرده ایم

۳	۲	۳
۲	۱	۲
۱	۰	۱

پس باید سازه ای را انتخاب کنیم که تعداد آن با عدد سایر خانه ها یکی باشد و سازه ی (د) چنین است.

راه دوم مجموع تعداد مکعب های سازه ی حاصل یا در واقع مجموع اعداد خانه های جدول ۱۵ است. سازه ی سمت راست ۸ مکعب دارد. پس سازه ی مکمل آن باید ۷ مکعب داشته باشد و سازه ی (د) چنین است

پاسخنامه تشریحی مسابقه ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۲۳. (ب) کاغذ سه بار به اندازه ۹۰ در جهت عقربه های ساعت چرخیده است ولی علامت مهر روی آن فقط دوبار چرخیده است. پس ماشین (م) قبل از دو تا ماشین (چ) قرار داشته است ترتیب ماشینها چ م چ چ بوده است

۲۴. (ج) بزرگ ترین عددی که هر سه عدد ۲۴، ۳۰ و ۶۶ بر آن بخش پذیرند، عدد ۶ است. پس این مسیر میتواند به قطعه های ۶ متری تقسیم شود. ۳ تا علامت در قسمت ۲۴ متری، ۴ تا در قسمت ۳۰ متری و ۱۰ تا در قسمت ۶۶ متری می توانیم قرار دهیم $3 + 4 + 10 = 17$ علامت نیاز داریم.

پاسخنامه تشریحی مسابقه ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۲۵. (ه) در ستون جدید هر عدد زوج بالای عدد فرد قبلی اش و پایین عدد فرد سه تا کمتر از خودش قرار گرفته است. هیچ دو عدد زوج یا هیچ دو عدد فرد زیر هم نیستند با این الگویی که در ستون جدید دیده می شود، تنها عددهای ۲۷ و ۳۰ می توانند کنار هم باشند.

۲۶. (ب)

تمام حالت های ممکن رو یا پشت آمدن این سه کارت را به صورت نظام مند مینویسیم و عددها را جمع می زنیم

$۴+۵+۶=۱۵$	پشت / پشت / پشت
$۴=۵+۳=۱۲$	پشت / پشت / رو
$۴+۲+۶=۱۲$	پشت / رو / پشت
$۴+۲+۳=۹$	پشت / رو / رو
$۱+۵+۶=۱۲$	رو / پشت / پشت
$۱+۵+۳=۹$	رو / پشت / رو
$۱+۲+۶=۹$	رو / رو / پشت
$۱+۲+۳=۶$	رو / رو / رو

پس چهار حاصل جمع متفاوت به دست می آید ۶، ۹، ۱۲ و ۱۵

پاسخنامه تشریحی مسابقه ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۲۷. (ج) همه ی موارد را برحسب دستکش به دست می آوریم:

ابتدا توجه کنید که :

(الف) یک کلاه و پنج دامن = یک کلاه + دو کلاه = ۳ کلاه = ۳۰ دستکش (ب) یک کلاه، سه دامن، یک دستکش = یک کلاه + هشت تیشرت + یک

دستکش = ده دستکش + ۱۲ دستکش + یک دستکش = ۲۳ دستکش (ج) هشت دامن و شش تیشرت = سی و دو دستکش + نه دستکش = ۴۱ دستکش

۲ تا تیشرت = ۳ دستکش. ۳ تا دامن = ۸ تا تیشرت = ۱۲ دستکش، پس ۱ دامن = ۴ دستکش

۲ کلاه = ۵ دامن = ۲۰ دستکش، پس ۱ کلاه = ۱۰ دستکش

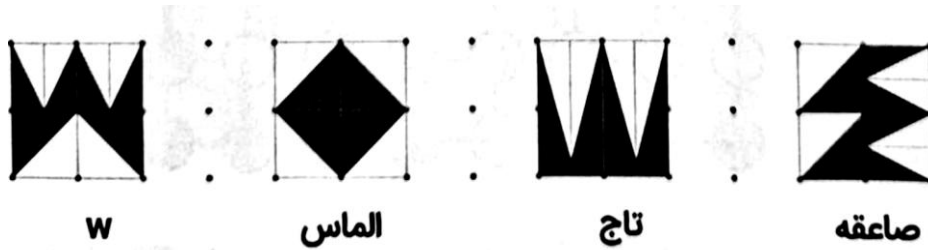
(د) سی و هفت دستکش

(ه) سه دامن و سه دستکش = دوازده دستکش + سه دستکش = ۱۵ دستکش. پس مجموعه ی (ج) از همه گران تر است.

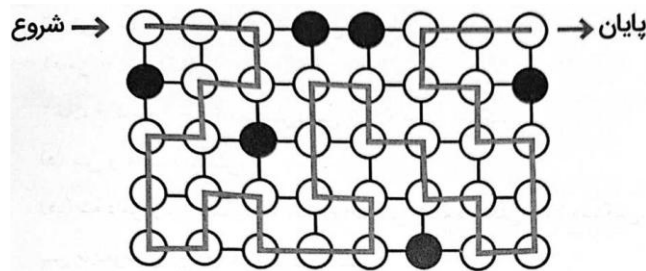
۲۸. (ج) اگر در نوبت یک بازیکن فقط ۱ مهره روی زمین باشد، او ناچار است آن را بردارد و می بازد اما اگر در نوبت یک بازیکن ۲ یا ۴ یا ۳ یا ۵ یا ۶ مهره باشد او میتواند به ترتیب ۱ ۲ ۳ یا ۴ یا ۵ تا مهره بردارد و مهره ی آخر را برای رقیبش بگذارد. باز اگر ۷ تا مهره روی زمین باشد او هر تعدادی از ۱ تا ۵ بردارد ۶ تا ۲ مهره برای رقیب میماند و رقیب برنده میشود. پس درسا باید ۷ مهره برای نازنین بگذارد که مطمئن باشد خودش برنده می شود

پاسخنامه تشریحی مسابقه‌ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

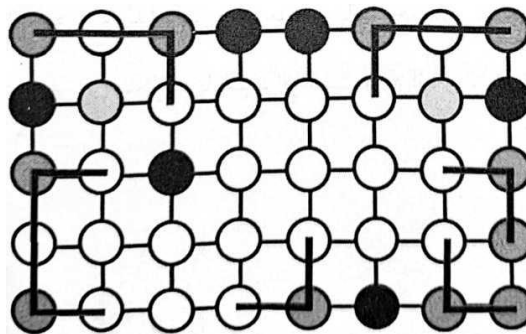
۲۹. (ه) مساحت همه‌ی شکلها با هم برابر است و به اندازه‌ی نصف مساحت مربع ۲ در ۲ است.



۳۰. (ب) تنها مسیر ممکن در شکل صفحه‌ی بعد نشان داده شده است:



توجه کنید دایره‌هایی هستند که فقط به یک یا دو خانه‌ی دیگر متصلند این‌ها را در شکل زیر خاکستری کرده ایم و وقتی به این خانه‌ها می‌رسیم انتخابی برای ادامه‌ی مسیر نداریم جز تنها راه باقی مانده. پس قسمتی از مسیر حرکت که از این دایره‌ها می‌گذرد کاملاً مشخص است. آن را با خط‌های ضخیم سیاه رنگ نشان داده ایم.



در این صورت دایره‌هایی به وجود می‌آیند که حالا مسیر مشخص شده، تنها به دو خانه‌ی دیگر متصل هستند که دوتای آن‌ها را خاکستری روشن کرده ایم به باقی مسیر مشخص می‌شود.