

پاسخنامه تشریحی مسابقه‌ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)



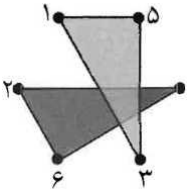
مسابقات ریاضی کانگورو ۲۰۲۲

پاسخنامه تشریحی

پاسخنامه تشریحی مسابقه ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

راه حل مسئله های سه امتیازی

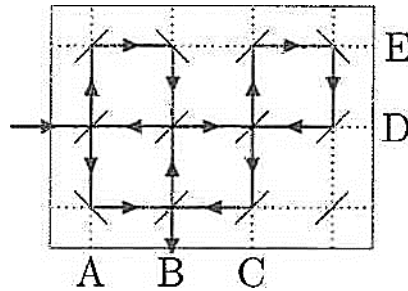
۱. (ه) نقطه های زوج را به هم وصل کنید نقطه های فرد را نیز به هم. شکل روبه رو به دست می آید که شکل گزینه ی ه. است



۲. (ه) مسیر را دنبال کنید، حرکتی که به صورت  باشد خلاف جهت عقربه های ساعت است میبینید که فقط دور مانع های ۱ و ۲ چپین حرکتی بوده است

پاسخنامه تشریحی مسابقه ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۳. (ب)



۴. (د) $45 = 5 + 40$ و نماد ۴۰ و ۵ از چپ به راست اینها هستند



نماد ۴۰ نماد ۵

پس نماد ۴۵ این است:

پاسخنامه تشریحی مسابقه‌ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

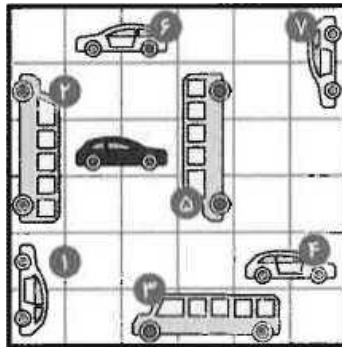
۵. (ب)

با سه بسته ی ۲۵ تایی ۷۵ تیل به دست می آورد ولی چهار بسته ی ۲۵ تایی میشود ۱۰۰ تا تیل، که زیادت از نیاز او است. پس با سه بسته ی ۲۵ تایی و دو بسته ی ۱۰ تایی ۹۵ تیل به دست می آورد، یعنی دست کم با ۵ بسته

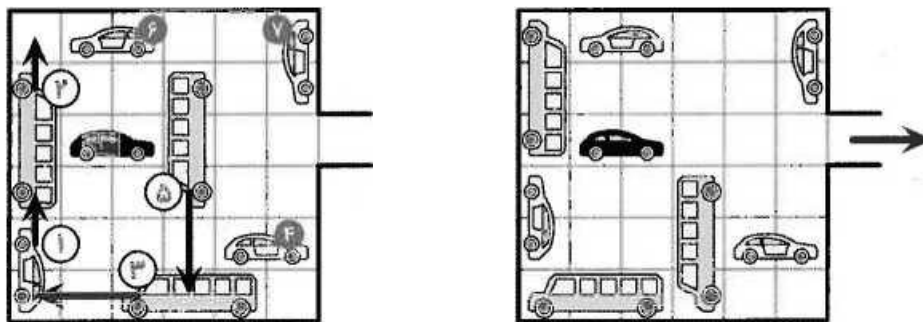
۶. (ج) مساحت کل مربع $10 \times 10 = 100$ سانتی متر مربع است و اگر قسمتهای سایه خورده را بشمارید دقیقاً نیمی از کل قسمتها است یعنی به ازای هر قسمت سایه خورده یک قسمت سفید هم وجود دارد. پس مساحت قسمت سایه خورده $100 \div 2 = 50$ سانتی متر مربع است

پاسخنامه تشریحی مسابقه‌ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

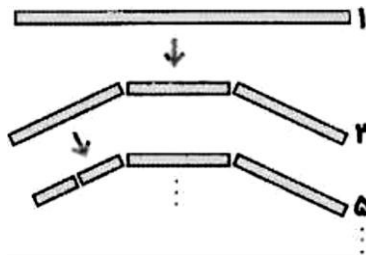
۷- (ج) خودروها را شماره می‌گذاریم



خودروهای ۱ و ۲ را به بالا حرکت می‌دهیم تا خودروی ۳ بتواند برود ته پارکینگ و خودروی ۵ بتواند به پایین بیاید و راه خودروی سیاه باز شود پس دست کم چهار خودرو باید حرکت کند



۸. (ج) برای اینکه ببینیم تعداد تکه‌های به دست آمده در هر مرحله چه‌الگوی دارد، تعداد تکه‌ها را تا چند مرحله به دست می‌آوریم



و به این ترتیب هربار که یک تکه را به سه تکه تقسیم می‌کند، ۲ تا به تعداد تکه‌ها اضافه می‌شود و همیشه تعداد تکه‌ها عددی فرد است پس نمی‌تواند ۲۰ تکه به دست بیاورد زیرا ۲۰ عددی زوج است

پاسخنامه تشریحی مسابقه ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۹. (الف) کوچک ترین عدد دوازده رقمی ممکن این است

۱۱۳	۴	۵۱	۵	۶۷	۶۹	۹
-----	---	----	---	----	----	---

پس سه رقم سمت راست آن، ۶۹۹ است

۱۰. (د) با توجه به اینکه چرخ و فلک ۱۲ کابین دارد یعنی به ۱۲ قسمت مساوی تقسیم شده است. کابینها یکی درمیان سفید و سیاه هستند. پس اکنون که یک کابین سیاه بالا است باید $\frac{1}{2}$ بچرخد تا یک کابین سفید بالا قرار گیرد.

پاسخنامه تشریحی مسابقه ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

راه حل مسئله های چهار امتیازی

۱۱. (ج) آخرین فیل یک بچه فیل است و بنابراین باید دست کم یک بچه فیل در انتهای یکی از مسیرهای بعد از تقاطع وجود داشته باشد. ولی در حالت (ج) هیچ بچه فیلی در انتهای هیچ یک از مسیرها نیست. اگر سایر حالتها را نیز بررسی کنید میبینید که میتوانند وضعیت بعد از گذشتن همه ی فیلها را نشان دهند.

۱۲. (ب) راه اول اگر دقت کنید پیکان به پایین و پیکان به بالا اثر یکدیگر را خنثی می کنند زیرا یکی ضربدر ۴ و دیگری تقسیم بر ۴ است. همچنین پیکان راست و پیکان چپ اثر یکدیگر را خنثی میکنند پس با توجه به اینکه سیما سه تا پیکان به پایین و سه تا پیکان به بالا را انجام میدهد همچنین دو تا پیکان به راست و سه تا پیکان به چپ را پس در راست و سه تا پیکان به چپ را پس در نهایت به عدد می رسد. راه دوم میتوانید اعمال مربوط به هر پیکان را به ترتیب انجام دهید:

$$۱۲ \times ۴ = ۴۸$$

$$۴۸ \times ۲ = ۹۶$$

$$۹۶ \times ۴ = ۳۸۴$$

$$۳۸۴ \div ۲ = ۱۹۲$$

$$۱۹۲ \times ۴ = ۷۶۸$$

$$۷۶۸ \div ۲ = ۳۸۴$$

$$۹۶ \div ۲ = ۴۸$$

$$۴۸ \div ۲ = ۱۲$$

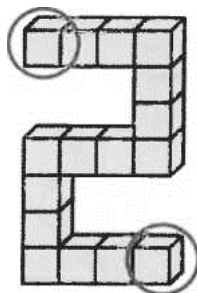
$$۱۲ \times ۲ = ۲۴$$

$$۲۴ \div ۲ = ۶$$

پاسخنامه تشریحی مسابقه ریاضی کانگورو (اف ریاضی)



۱۳. (ه) در عدد ۲ به جز مکعب های ابتدا و انتهای سازه که در شکل نشان داده شده، بقیه دو وجهشان به مکعب های دیگر چسبیده و ، چهاروجهشان رنگ می شود. ولی این دو مکعب انتهایی فقط یک وجهشان به مکعب دیگری چسبیده و پنج وجهشان رنگ میشود. پس در سه تادو کلا ، $6 = 2 \times 3$ مکعب هست که بیشتر از چهاروجهش رنگ شده است. در همه ی مکعب ها به گونه ای هستند که دو وجهشان به مکعب های دیگر چسبیده و بنابراین چهار وجهشان رنگ شده است. پس $60 = 666 - 6$ مکعب در کل چهاروجهشان رنگ شده است



۱۴. (د) در تصویر سمت چپ، قاعده ی مستطیلی ۲ متر $4 \times$ متر روی زمین است و تا ارتفاع ۲۵ سانتی متری در آن آب ریخته شده است، پس حجم آب (پس از تبدیل واحد متر به سانتی متر برابر است با

$$25 \times 400 \times 200 = 2,000,000 \text{ سانتی متر مکعب}$$

در تصویر سمت راست قاعده ی مستطیلی ۱ متر $2 \times$ متر روی زمین است و ارتفاع آب در آن به اندازه ای خواهد بود که همان حجم آب را داشته باشیم، پس

$$100 \times 200 \times \square = 2,000,000$$

با حذف صفرها از طرفین تساوی، می بینیم که:

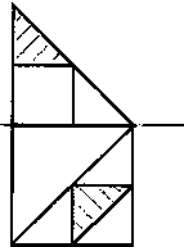
$$2 \times \square = 200$$

پس تا ارتفاع ۱۰۰ سانتی متر آب بالا می آید، و ۱۰۰ سانتی متر یعنی ۱ متر.

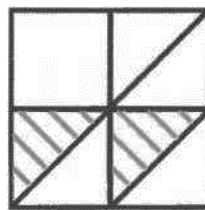
پاسخنامه تشریحی مسابقه ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۱۵. (الف)

پس از تای عمودی این شکل را داریم:



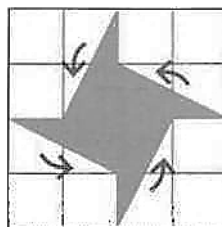
و پس از تای افقی این شکل به دست می آید



۱۶. (ب) به شکل نگاه کنید قسمت چهارخانه از ۱۶ مربع تشکیل شده است. مساحت هر مربع چهارخانه را به دست می آوریم:

$$100 \div 16 = 6\frac{1}{4}$$

با قرار دادن قسمتهای مشخص شده ی خاکستری در جاهای سفید کل قسمت خاکستری با چهار تا مربع چهارخانه برابر می شود:

پس مساحت قسمت خاکستری، یک چهارم مساحت کل مربع بزرگ است یا $4 \times 6\frac{1}{4}$ است و در هر دو حالت به پاسخ ۲۵ سانتی

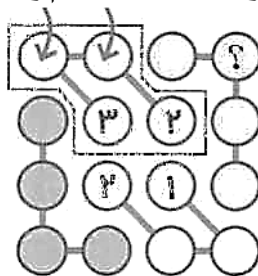
متر مربع میرسیم.

پاسخنامه تشریحی مسابقه‌ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۱۷. (د) از سال ۲۰۲۲ به عقب که برگردیم میبینیم یک بار در سال ۲۰۰۰ و یک بار هم در سال ۱۹۹۹، سه رقم یکسان در عدد سال میلادی آمده است. پس لاک پشت مورد نظر ما دست کم $2022 - 1999 = 23$ سال دارد.

پاسخنامه تشریحی مسابقه ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۱۸. (ب) در شکل صفحه ی بعد به چهار دایره ای که دورش خط کشیده ایم و دایره هایی که علامت زده ایم توجه کنید



طبق شرایطی که در مسئله بیان شده دو عدد ۱ و ۴ در این دو دایره قرار می گیرند. بنابراین در دو دایره ی دیگر ردیف بالا عددهای ۲ و ۳ باید قرار گیرند. اما از آنجا که عدد ۲ در ستون دوم از سمت راست آمده است، پس عدد ۲ باید در خانه ای که با علامت سؤال مشخص شده بیاید.

۱۹. (الف)

مجموع وزن گوسفندهای اول و سوم و چهارم، روی هم $32 = 28 - 60$ کیلوگرم است گوسفند اول باید دست کم ۲۹ کیلوگرم وزن داشته باشد، و بنابر این گوسفند سوم و چهارم روی هم حداکثر $32 - 29 = 3$ کیلوگرم وزن دارند. از آنجا که وزن هیچ دو گوسفندی مثل هم نیست، پس وزن گوسفند سوم ۲ کیلوگرم و وزن گوسفند آخر، ۱ کیلوگرم است.

پاسخنامه تشریحی مسابقه‌ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۲۰- (ه) برای اینکه بتوانیم این مسئله را حل کنیم باید عدد وسط را که در هر سه خط مشترک است پیدا کنیم زیرا با حذف عدد وسط از عددهای ۳ تا مجموع بقیه ی عددها باید سه قسمت برابر شود. توجه کنید که مجموع عددهای ۳ تا ۹ برابر است با $۳ + ۴ + ۵ + ۶ + ۷ + ۸ + ۹ = ۴۲$ که بر ۳ بخش پذیر است، پس فقط میتوان عددهای ۳۶ یا ۹ را در دایره ی وسط قرار داد. هر حالت را بررسی میکنیم حالت اول: ۳ وسط باشد:

$$۴۲ - ۳ = ۳۹$$

$$۳۹ \div ۳ = ۱۳$$

عددهای روی هر خط: ۹ و ۸/۴ و ۷/۵ و ۶
مجموع عددهای هر خط: $۱۳+۳=۱۶$

حالت دوم: ۶ وسط باشد: $۴۲-۶=۳۶$

$$۳۶ \div ۳ = ۱۲$$

عددهای روی هر خط: ۹ و ۷/۳ و ۸/۵ و ۴
مجموع عددهای هر خط: $۱۲+۶=۱۸$

حالت سوم: ۹ وسط باشد: $۴۲-۹=۳۳$

$$۳۳ \div ۳ = ۱۱$$

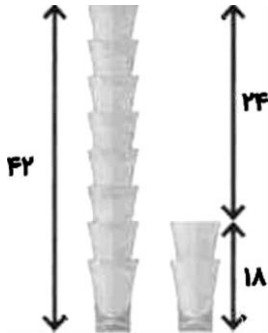
عددهای روی هر خط: ۸ و ۳/۷ و ۶/۴ و ۵
مجموع عددهای هر خط: $۱۱+۹=۲۰$:
که بیشترین مجموع، ۲۰ است.

پاسخنامه تشریحی مسابقه ریاضی کانگورو (اف ریاضی)



راه حل مسئله‌های پنج امتیازی

۲۱. (د)



$$42 - 18 = 24$$

اندازه‌ی ۶ قسمت؛ سانتی‌متر

$$24 \div 6 = 4$$

اندازه‌ی هر قسمت؛ سانتی‌متر

$$18 - 4 = 14$$

ارتفاع یک لیوان؛ سانتی‌متر

$$14 + (5 \times 4) = 34$$

ارتفاع شش لیوان؛ سانتی‌متر

$$18 + (4 \times 4) = 34$$

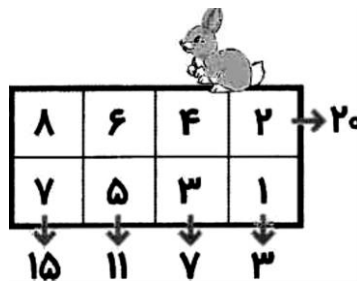
یا سانتی‌متر

$$42 - (2 \times 4) = 34$$

یا سانتی‌متر

۲۲. (ج)

از ستون دوم از سمت راست شروع میکنیم که حاصل جمع عددهای مربوط به ببر و مرغ برابر با ۳ شده است. پس یکی از آنها ۲ و دیگری ۱ است. برای اینکه بزرگترین حاصل جمع برای عددهای ردیف بالا را داشته باشیم ۲ را بالا می‌گذاریم اینک به سراغ ستون اول از سمت راست می‌رویم که حاصل جمع عددهای مربوط به سگ و لاک پشت ۷ شده است و البته هیچ یک از آنها ۲ یا ۱ نیستند. پس سگ و لاک پشت میتوانند ۳ و ۴ باشند و باز ۴ را در ردیف بالا می‌گذاریم برای مجموع ۱۱ عددهای خرگوش و شتر باید ۵ و ۶ باشند زیرا ۲ و ۳ و ۴ نمیتوانند باشند و ۶ را در ردیف بالا می‌گذاریم. بالاخره عددهای گاو و اسب که مجموعشان ۱۵ شده باید ۷ و ۸ باشند و ۱۸ را بالا می‌گذاریم



۸	۶	۴	۲	→ ۲۰
۷	۵	۳	۱	
↓	↓	↓	↓	
۱۵	۱۱	۷	۳	

پاسخنامه تشریحی مسابقه ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۲۳. (د) از آخرین راهنمایی یعنی اینکه همه ی رقم های ۷ و ۳ و ۸ نادرست اند. می فهمیم در اولین قفل یعنی ۲ ۸ ۶ ، یا ۶ درست است یا ۲

اگر ۶ درست باشد باید جایش هم درست باشد ولی در راهنمایی بعدی، گفته شده که یکی از رقمها درست است ولی در جای نادرست قرار دارد و

بنابراین ۶ نمی تواند این رقم باشد پس جای ۲ معلوم شد ۲ ؟ ؟

در قفل دوم یعنی ۴ ۱ ۶ ، که رقم درست نیست، پس یکی از ۴ یا ۱ رقم درست است ولی در جای نادرست، و در سومین قفل ، یهنی ۶ ۰ ۲ ،

۶ که نادرست است، پس ۰ و ۲ هر دو در جاهای نادرست هستند. پس جای ۰ معلوم شد: ۲ ؟ ۰ . باتوجه به قفل دوم، رقم ۴ وسط است: ۲ ۴ ۰ .

۲۴. (ج) با دقت در شکل آرتان می بینید که سه قسمت آن، هر یک میله ای با سه مکعب کوچک است و طرز قرار گرفتن آنها کنار هم

باید در گزینه ی مورد نظر، یکی باشد

پاسخنامه تشریحی مسابقه ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۲۵. (ه). رویا هربار چهار عدد از بین پنج عدد انتخاب میکند، پس هربار یکی از عددها را کنار میگذارد. حالت‌های مختلف را بررسی میکنیم

توجه کنید که از تساوی $\square + \square - \square = \square$ نتیجه می‌شود که مجموع عدد خاکستری و عددی که با $\uparrow$ مشخص شده با مجموع دو عدد

دیگر برابر است.

حالت اول: ۲ را کنار بگذارد و با ۳ و ۴ و ۵ و ۶ تساوی بنویسد:

$$\begin{array}{l}
 ۶ + ۳ - ۵ = \boxed{۴} \quad \text{یا} \quad ۶ + ۳ - ۴ = \boxed{۵} \\
 ۴ + ۵ - ۳ = \boxed{۶} \quad \text{یا} \quad ۴ + ۵ - ۶ = \boxed{۳}
 \end{array}$$

حالت دوم: حالت دوم ۳ را کنار بگذارد و با ۲ و ۴ و ۵ و ۶، تساوی بنویسد: مجموع این چهار عدد ۱۷ است و نمیتوان آنها را به دو گروه با

مجموع برابر تقسیم کرد. پس چنین حالتی ممکن نیست.

حالت سوم: ۴ را کنار بگذارد و با ۲ و ۳ و ۵ و ۶، تساوی بنویسد

$$\begin{array}{l}
 ۶ + ۲ - ۵ = \boxed{۳} \quad \text{یا} \quad ۶ + ۲ - ۳ = \boxed{۵} \\
 ۵ + ۳ - ۲ = \boxed{۶} \quad \text{یا} \quad ۵ + ۳ - ۶ = \boxed{۲}
 \end{array}$$

حالت چهارم: ۵ را کنار بگذارد و با ۲ و ۳ و ۴ و ۶ تساوی بنویسد: مانند حالت دوم این حالت نیز ممکن نیست

حالت پنجم: ۶ را کنار بگذارد و با ۲ و ۳ و ۴ و ۵ تساوی بنویسد.

$$\begin{array}{l}
 ۵ + ۲ - ۳ = \boxed{۴} \quad \text{یا} \quad ۵ + ۲ - ۴ = \boxed{۳} \\
 ۳ + ۴ - ۲ = \boxed{۵} \quad \text{یا} \quad ۳ + ۴ - ۵ = \boxed{۲}
 \end{array}$$

با جمع بندی این پنج حالت میبینیم که عددهای ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ همه می‌توانند در مربع خاکستری سمت راست قرار گیرند.

۲۶. (د) با توجه به اینکه عدد داخل هر مثلث با حاصل ضرب سه عدد روی رأسهای آن برابر است عدد دایره ی وسط باید شمارنده ی مشترک هر چهار عدد ۸۴ و ۱۰۵ و ۱۶۸ و ۲۱۰ باشد یعنی عددی که این چهار عدد بر آن بخش پذیر باشند که این عدد ۷ است

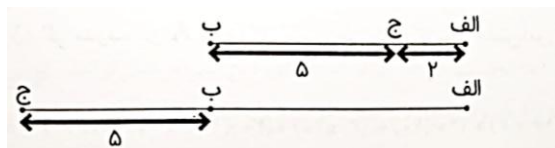
$$۱۶۸ \div ۷ = ۲۴$$

پاسخنامه تشریحی مسابقه ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

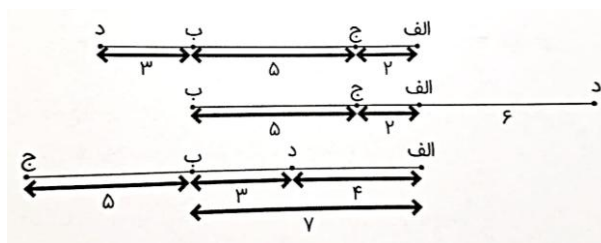
۲۷. (ج): فاصله ی الف ب ، ۷ سانتی متر است:



فاصله ی ب ج ۵ سانتی متر است و ج دو حالت دارد



فاصله ی ج د ۸ سانتی متر است و در هر یک از حالت های بالا می توانیم جای د را مشخص کنیم

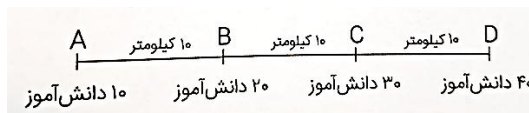


توجه کنید که کاملاً واضح است که حالتی که د در سمت چپ ج باشد، نادرست است زیرا فاصله ی الف تا د بیشتر از ۶ میشود که خلاف آخرین

شرط است که الف د = ۶ . حالت سوم نیز نادرست است زیرا فاصله ی الف د = ۶ ولی در این تصویر الف د = ۴ پس شکل درست این چهار

نقطه تصویر دوم است و د . ب دو سر پاره خط هستند

۲۸. (د)



یکی یکی حالت های مختلف را بررسی میکنیم :

حالت اول اگر مدرسه در باشد کل مسیر طی شده توسط دانش آموزان برابر است با

$$(10 \times 0) + (20 \times 10) + (30 \times 20) + (40 \times 30) = 0 + 200 + 600 + 1200 = 2000$$

حالت دوم : مدرسه در B باشد:

$$(10 \times 10) + (10 \times 0) + (30 \times 10) + (40 \times 20) = 100 + 0 + 300 + 800 = 1200$$

حالت سوم: مدرسه در C باشد

$$(10 \times 20) + (20 \times 10) + (10 \times 0) + (40 \times 10) = 200 + 200 + 0 + 400 = 800$$

حالت چهارم : مدرسه در D باشد:

$$(10 \times 30) + (20 \times 20) + (30 \times 10) + (10 \times 0) = 300 + 400 + 300 = 1000$$

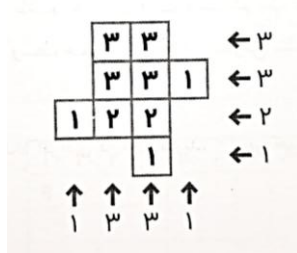
و در حالتی که مدرسه در نقطه ی وسط B و C باشد:

$$(10 \times 15) + (20 \times 5) + (30 \times 5) + (40 \times 15) = 150 + 100 + 150 + 600 = 1000$$

پس وقتی که مدرسه در C باشد، کمترین مسافت توسط همه ی بچه ها طی می شود.

پاسخنامه تشریحی مسابقه ی ریاضی کانگورو (اف ریاضی)

۲۹. (ب) سازه به این صورت باید باشد تا بیشترین تعداد مکعب استفاده شود:



مجموع تعداد مکعب های همه ی خانه ها برابر است با:

$$3+3+3+3+1+1+2+2+1=19$$

۳۰. (د) نخست توجه کنید که همه ی این سی نفر نمیتوانند بدون کلاه باشند؛ زیرا آن وقت هر سی نفر باید دروغ گو باشند و جمله ی «دست کم یکی از دو نفر کنار من کلاه بر سر ندارد باید جمله ی نادرستی باشد و هر دو نفر کنار هر کس باید کلاه داشته باشند که امکان ندارد هم همه بی کلاه باشند و هم دو نفر دو طرف هر کسی کلاه داشته باشند. به این ترتیب هر کس کلاه نداشته باشد درست بین دو نفر که کلاه دارند نشسته است.

از طرف دیگر چون میخواهیم تعداد کسانی که کلاه دارند، بیشترین تعداد ممکن باشد باید تعداد کسانی را که کلاه ندارند تا حد امکان کمتر کنیم. پس این حالت را می توانیم تصور کنیم

ن: فردی که کلاه ندارد

د: فردی که کلاه دارد د د ن د د د

به این ترتیب هر کس که کلاه دارد دست کم یک نفر کنارش هست که کلاه ندارد و تعداد افراد بی کلاه ۱۰ نفر میشود اما نمیتوانیم کمتر از ۱۰ نفر بدون کلاه داشته باشیم چون آن وقت دست کم یک گروه سه تایی د د د کنار هم داریم که نفر وسط هیچ فرد بی کلاهی کنارش ننشسته و حرفش نادرست می شود

پس بیشترین تعداد افرادی که کلاه دارند ۲۰ نفر خواهد بود