

راه حل مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۷

راه حل مسئله‌های سه امتیازی

۱. (د)

$$\begin{aligned} 2007 \div (2 + 0 + 0 + 7) - 2 \times 0 \times 0 \times 7 &= 2007 \div (9) - 0 \\ &= 2007 \div 9 = 223 \end{aligned}$$

۲. (د) اشکان نصف $\frac{1}{4}$ یعنی $\frac{1}{8}$ شبانه‌روز بیش‌تر از پدر بزرگش می‌خوابد و $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$ شبانه‌روز را در خواب است.

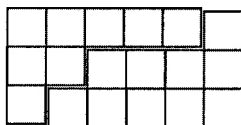
۳. (د) مجموع زاویه‌های داخلی مثلث، 180° درجه است. پس

$$180^\circ - 12^\circ - 48^\circ = 120^\circ$$

۴. (ج) ۶ ثانیه برای ۴ پرش به معنی ۳ ثانیه برای ۲ پرش است. پس ۱۵ ثانیه برای ۱۰ پرش لازم است.

۵. (ب) $۱۶ : ۵۲$ ، $۱۶ : ۴۳$ ، $۱۶ : ۳۴$ ، $۱۶ : ۲۵$ ، $۱۶ : ۱۶$ و $۱۶ : ۰۷$

۶. (ب) شکل داده شده از ۸ مربع کوچک تشکیل شده است. از همین مربع‌ها به آن اضافه می‌کنیم تا یک مستطیل ایجاد شود. سپس شکل حاصل از مربع‌های اضافه شده را با پاسخ‌ها مقایسه می‌کنیم و سعی می‌کنیم گزینه‌ی درست را انتخاب کنیم.



۷. (الف) چون در هر سطر و ستون فقط یک بار باید از اعداد ۱، ۲ و ۳ استفاده کرد، فقط یک راه برای پر کردن اولین ستون و دومین سطر وجود دارد. سپس بقیه‌ی خانه‌ها هم فقط به یک طریق پر می‌شوند.

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | ۳ | ۲ |
| ۲ | ۱ | ۳ |
| ۳ | ۲ | ۱ |

۸. (د) اگر علی دقیقاً یک سال از میلاد بزرگ‌تر بود، میلاد دقیقاً سال بعد و در روز تولد علی یعنی اول فروردین ۱۳۸۳ به دنیا می‌آمد. اما چون علی یک روز کم‌تر از یک سال از میلاد بزرگ‌تر است، پس میلاد یک روز زودتر به دنیا آمده است یعنی ۲۹ اسفند ۱۳۸۲.

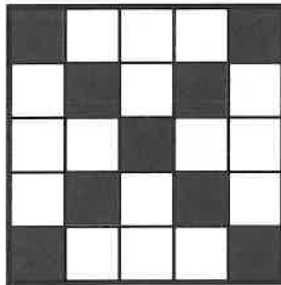
۹. (ج) اگر از سن آرمیتا ۸ سال کم کنیم، سن هر سه خواهر مساوی می‌شود. $۲۴ = ۳۲ - ۸$ سه برابر سن هر یک از خواهرهای آرمیتا است. پس سن هر یک از خواهرها $۸ = ۲۴ \div ۳$ و سن آرمیتا $۱۶ = ۸ + ۸$ سال است.

۱۰. (الف) همان‌طور که می‌دانید ۱ متر = ۱۰ دسی‌متر، پس یک مکعب با ابعاد ۱ متر به $۱۰ \times ۱۰ \times ۱۰$ یعنی ۱۰۰۰ مکعب به ابعاد ۱ دسی‌متر تبدیل می‌شود. بلندی ستون ۱۰۰۰ دسی‌متر خواهد شد که برابر ۱۰۰ متر است.

راه حل مسئله‌های چهار امتیازی

۱۱. (د) هر ضلع مربع اولیه $5 = 4 \div 20$ سانتی متر بوده است. محیط یکی از مستطیل‌ها ۱۶ سانتی متر است. پس ضلع‌های آن ۵، ۵، ۳ و ۳ می‌باشد. مستطیل دیگری ضلع مشترک ۵ سانتی متری با این مستطیل دارد و عرض آن $2 = 5 - 3$ سانتی متر است. پس محیط آن $14 = 5 + 5 + 2 + 2$ سانتی متر می‌باشد.

۱۲. (ج) هر یک از قطرهای مربع شطرنجی از تعدادی مربع کوچک رد می‌شود که این تعداد برای هر دو قطر یکسان است. چون تعداد مربع‌های رنگ‌شده، فرد است، پس دو قطر در یک مربع که وسط مربع بزرگ قرار دارد، به هم برخورد می‌کنند. هر قطر از ۵ مربع کوچک و دو قطر روی هم از ۹ مربع کوچک رد می‌شوند. پس مربع شطرنجی از 5×5 مربع کوچک تشکیل شده است.



۱۳. (ج) گزینه‌های (الف) و (ب) درست نیستند. چون آرمان بازی با توپ را دوست ندارد و بهنام جودوکار می‌کند. تنها ورزشی که برای آرمان باقی می‌ماند، کاراته است. بنابراین گزینه‌های (د) و (ه) هم نادرست‌اند.

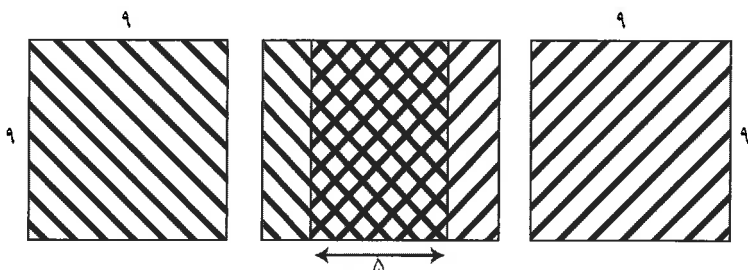
۱۴. (ب) ابعاد مکعب مستطیل کوچک $6 \times 3 \times 9$ است. (این ابعاد را با استفاده از ابعاد داده‌شده در شکل می‌توانید پیدا کنید.) با توجه به این‌که وجه‌های روبه‌روی هم در مکعب مستطیل برداشته‌شده مساوی هم‌اند، تنها قسمتی که مساحت

آن از مکعب مستطیل اولیه کم شده است، وجه‌های جلویی و عقبی مکعب مستطیل کوچک‌اند که مساحت هر کدام از این وجه‌ها $۳ \times ۹ = ۲۷$ است. پس کل مساحت کم‌شده برابر ۵۴ می‌باشد.

۱۵. (ب) دقت کنید که دقیقاً نیمی از هر قسمت به وسیله‌ی پاره‌خط‌ها مشخص شده است. پس حاصل جمع طول پاره‌خط‌ها، دقیقاً نصف حاصل جمع طول قسمت‌ها یعنی برابر نصف طول نوار است.

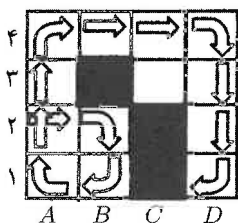
۱۶. (ج) ۱۸ پرنده پرواز کرده‌اند، پس روی هر درخت $۱۴ = (۶۰ - ۱۸) \div ۳$ پرنده مانده است. ۸ پرنده از روی درخت دوم پرواز کرده‌اند، پس در ابتدا $۲۲ = ۱۴ + ۸$ پرنده روی این درخت بوده است.

۱۷. (ب) $۵ = ۱۳ - (۹ + ۹)$ عرض مستطیل موردنظر و ۹ طول آن است.



۱۸. (ج) کبوتر ۱ ساعت و ۴۰ دقیقه یعنی ۱۰۰ دقیقه پرواز کرده است. اگر سرعت پرواز او ۶ کیلومتر در هر ده دقیقه باشد، پس ۶۰ کیلومتر پرواز کرده است.

۱۹. (د) این کانگورو در مسیر زیر حرکت خواهد کرد:



۲۰. (ب) مادر آناهیتا اکنون $40 = 4 \times 10$ ساله است. وقتی سن آناهیتا دو برابر سن کنونی‌اش می‌شود، آناهیتا ۲۰ ساله خواهد بود یعنی ۱۰ سال دیگر. در این صورت سن مادر آناهیتا $50 = 40 + 10$ سال خواهد شد.

راه حل مسئله‌های پنج امتیازی

۲۱. (د)

۲۲. (ب) عدد دو رقمی « ab » و عدد چهار رقمی ساخته شده‌ی « $abab$ » را در نظر بگیرید. $ab = (10)a + (1)b$ و

$$\begin{aligned} abab &= (1000)a + (100)b + (10)a + (1)b \\ &= (1010)a + (101)b \\ &= 101[(10)a + (1)b] \\ &= 101(ab) \end{aligned}$$

۲۳. (د) هر کدام از دو قسمت P_1 و P_2 یکی از ضلع‌های روبه‌روی متوازی‌الاضلاع را که با هم برابرند، دارد. لبه‌ی دندان‌دندانه‌ای که متوازی‌الاضلاع را دو قسمت کرده است هم در محیط هر دو قسمت P_1 و P_2 محاسبه می‌شود.

۲۴. (ه) کلمه‌ی KANGAROO که در دنباله تکرار شده است، ۸ حرف دارد. در ۲۵۰ بار نوشتن این کلمه، ۲۰۰۰ حرف به کار می‌رود. حرف ۱۲۰۰ام، K است. حرف ۲۰۰۷ام هم O می‌باشد.

۲۵. (ه) فرض کنید x طول کوچک‌ترین مستطیل است. توجه کنید که محیط هر یک از شکل‌ها تنها شامل قسمت‌هایی از ضلع‌های مستطیل‌ها است که کنار ضلع‌های مستطیل‌های دیگر قرار نگرفته‌اند. محیط شکل (الف) برابر است با:

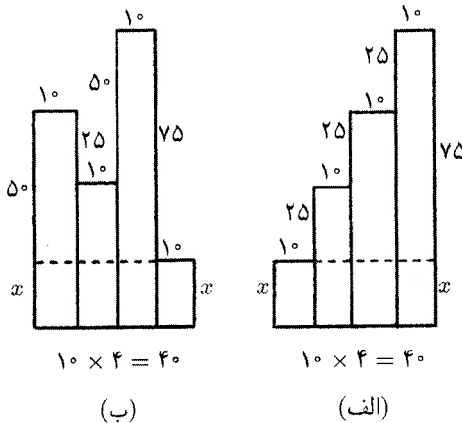
$$x + x + 40 + 10 + 10 + 10 + 10 + 25 + 25 + 25 + 75 = 2x + 80 + 150$$

و محیط شکل (ب) برابر است با:

$$x+x+40+10+10+10+10+50+25+50+75 = 2x+80+200$$

اختلاف دو محیط برابر است با:

$$200 - 150 = 50$$



۲۶. (ب) دقت کنید که هر یک از قطعات پاره خط AB ضلع یکی از مربعها است. بنابراین طول پاره خط AB برابر مجموع یکی از ضلعهای همه ی مربعها یعنی $\frac{1}{4}$ مجموع محیطهای همه ی مربعها است. طول خط شکسته ی $AA_1A_2A_3 \dots A_{10}A_{11}A_{12}B$ برابر $\frac{3}{4}$ مجموع محیطهای همه ی مربعها است. پس طول خط شکسته، سه برابر طول AB است و $3 \times 24 = 72$.

۲۷. (ج) به عقب باز میگردیم. عددی که رامین به دست آورده است یا مساوی 73 است و یا یک واحد با آن اختلاف دارد. رامین عددی را که مهدی در نظر گرفته است، در 5 یا 6 ضرب کرد و 72 ، 73 یا 74 را به دست آورده است. از میان این اعداد فقط 72 بر 6 بخش پذیر است. پس عدد مهدی، $72 \div 6 = 12$ بوده است.

