

راه حل مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۴

راه حل مسئله‌های سه امتیازی

۱. (ج) عملیات را به ترتیب از چپ به راست انجام می‌دهیم.

$$۱۰۰ - ۱۰۰ + ۱۰ - ۱ = ۹۰۰ + ۱۰ - ۱ = ۹۱۰ - ۱ = ۹۰۹$$

۲. (ج) در ستون دوم ارقام ۱، ۲ و ۳ دیده می‌شوند. پس در جای باقی‌مانده در این ستون، رقم ۴ قرار می‌گیرد. حال در سطر اول ارقام ۱، ۲ و ۴ دیده می‌شوند، پس به جای x باید رقم ۳ قرار بگیرد.

۳. (ه) فقط حاصل‌گزینه‌ی (ه) برابر $۱٬۶۰۰٬۰۰۰$ است.

۴. (ه) هر ساعت $۳٬۶۰۰$ ثانیه است. پس $۳۶۰٬۰۰۰$ ثانیه برابر $۳۶۰٬۰۰۰ \div ۳٬۶۰۰ = ۱۰۰$ ساعت است.

۵. (ه) $۲۰۰۴ \times ۱۰۰۰۰ = ۲۰۰۴۰۰۰۰$ ، پس باقی‌مانده‌ی تقسیم برابر $۲۰۰۴۲۰۰۳ - ۲۰۰۴۰۰۰۰ = ۲۰۰۳$ است.

۶. (د)

۷. (د) ۲۰۰۴ بر ۸ بخش پذیر نیست.

۸. (ب) فرض کنید x تعداد هویج‌هایی است که مادر خورده است،

$$۱۲ + x + (x + ۵) = ۷۳$$

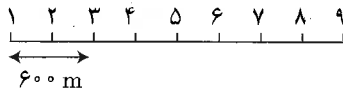
$$۱۷ + ۲x = ۷۳$$

$$۲x = ۵۶$$

$$x = ۲۸$$

۹. (ج) با توجه به شکل زیر، طول کل مسیر ۴ برابر فاصله‌ی ایستگاه اول و سوم

$$\text{است. } ۴ \times ۶۰۰ \text{ m} = ۲۴۰۰ \text{ m}$$



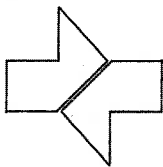
۱۰. (د)

$$۱ - (۲ - (۳ - (۴ - ۵))) = ۱ - (۲ - (۳ - (-۱)))$$

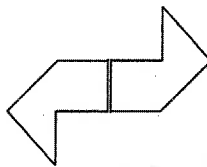
$$= ۱ - (۲ - (۴)) = ۱ - (-۲) = ۳$$

راه حل مسئله‌های چهار امتیازی

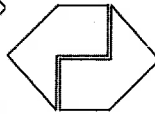
۱۱. (د)



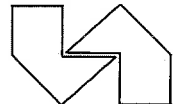
(ا)



(ب)



(ج)



(د)

۱۲. (ا) به عقب برمی‌گردیم. با باز کردن یک تا، ۲ سوراخ، با باز کردن تای دوم،

$$۲ \times ۲ = ۴ \text{ سوراخ، با باز کردن تای سوم } ۲^۳ = ۸ \text{ سوراخ، سپس } ۲^۴ = ۱۶$$

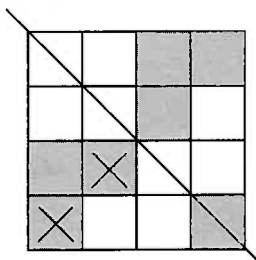
سوراخ و نهایتاً $۲^۵ = ۳۲$ سوراخ دیده می‌شود.

۱۳. (د) حاصل جمع دو عدد یک‌رقمی و یک عدد دورقمی نمی‌تواند از $117 = 99 + 9 + 9$ بیش‌تر باشد، پس \triangle نشان‌دهنده‌ی ۱ است. با حدس و آزمایش می‌توان رقم ۹ را که به \circ مربوط است و رقم ۶ را که به \square مربوط است، هم پیدا کرد.

۱۴. (ب) وزن ۵ سیب و ۵ پرتقال روی هم برابر است با: $g \ 540 = 285 + 255$.
پس وزن ۱ سیب و ۱ پرتقال برابر است با: $g \ 108 = 540 \div 5$.

۱۵. (ب) اگر تینا درست گفته باشد و این عدد مساوی ۹ باشد، گفته‌ی آزاده (این عدد زوج است.) و گفته‌ی مریم (این عدد مساوی ۱۵ است.) هر دو نادرست خواهد بود. پس ریتا درست گفته است و این عدد اول است. بنابراین گفته‌ی مریم نادرست است. پس آزاده درست گفته است و عدد موردنظر زوج می‌باشد. تنها عدد اول زوج، عدد ۲ است.

۱۶. (ب)



۱۷. (ه)

۱۸. (ج) با استفاده از مسیر حلزون فیم می‌توان فهمید که طول یک قطر هر یک از کاشی‌های مستطیل شکل $dm \ 5 = 25 \div 5$ است. مسیر حلزون پیم از قطر و ۴ عرض مستطیل تشکیل شده است. پس عرض مستطیل $dm \ 3 = (25 - 4) \div 4$ است. مسیر حلزون ریم از ۶ عرض و ۵ طول مستطیل تشکیل شده است. پس طول مستطیل $dm \ 4 = (38 - (6 \times 3)) \div 5$ می‌باشد. مسیر حلزون تیم از ۳ قطر، ۴ عرض و ۲ طول مستطیل تشکیل شده و برابر $dm \ 35 = (3 \times 4) + (4 \times 3) + (2 \times 5)$ است.

۱۹. (ج) باقی‌مانده‌ی تقسیم ۴۴ بر ۷ برابر ۲ است. گردشگران ۶ هفته و ۲ روز در جزیره خواهند بود. اگر پنج‌شنبه وارد جزیره شوند، پنج‌شنبه و جمعه آفتابی است، و ۴۲ روز دیگر، ۶ هفته‌ی کامل است که آب و هوای مختلفی را در روزهای آن خواهند داشت.

۲۰. (د) فرض کنید عدد کوچک‌تر a و عدد بزرگ‌تر b است. $8a = 6b$ پس $a = \frac{6}{8}b$. با حل معادله‌ی $b + \frac{6}{8}b = 77$ ، $b = 44$ به دست می‌آید.

راه حل مسئله‌های پنج امتیازی

۲۱. (ج) همه‌ی مقسوم‌علیه‌ها در اینجا آمده‌اند:

$$1, 2, 3, 5, 7, 2 \times 3, 2 \times 5, 2 \times 7, 3 \times 5, 3 \times 7, 5 \times 7$$

$$2 \times 3 \times 5, 2 \times 3 \times 7, 2 \times 5 \times 7, 3 \times 5 \times 7, 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

۲۲. (ب) تعداد گل‌های قلی باید بر ۹ بخش‌پذیر باشد. چون $\frac{5}{9}$ آن‌ها قرمز است، تعداد گل‌های فری هم باید بر ۱۷ بخش‌پذیر باشد. با بررسی گزینه‌ها، تنها گزینه‌ی (ب) است که این شرایط را برقرار می‌کند. چون 36 بر ۹ بخش‌پذیر است و $36 = 70 - 36 = 34$ بر ۱۷ بخش‌پذیر است.

۲۳. (ب) مجموع اعداد خانه‌های ۷، ۸ و ۹ برابر ۲۱ است. مجموع اعداد خانه‌های ۶، ۷ و ۸ هم برابر ۲۱ است. پس عدد خانه‌ی ششم باید با عدد خانه‌ی نهم برابر باشد. به همین ترتیب می‌توان نتیجه گرفت که عدد خانه‌ی سوم هم باید با عدد خانه‌ی نهم برابر باشد، پس با توجه به شکل زیر، در خانه‌ی ۲ باید عدد $8 = 6 - 7 - 21$ قرار بگیرد.

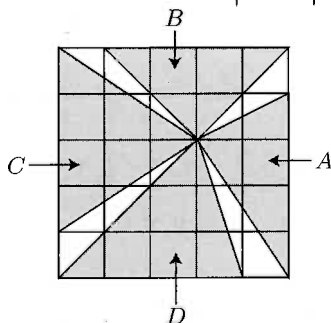
| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|
| ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ | ۹ | ۱۰ | ۱۱ |
| ۷ | ? | ۶ | | | ۶ | | | ۶ | | |

۲۴. الف) ضلع هر یک از مربع‌های کوچک را یک واحد در نظر می‌گیریم:

$$\frac{2 \times 4}{2} = 4 : B \text{ و } A \text{ مساحت مثلث}$$

$$\frac{3 \times 4}{2} = 6 : D \text{ و } C \text{ مساحت مثلث}$$

پس مساحت قسمت سایه‌زده شده برابر است با: $4 + 6 + 4 + 6 = 20$. مساحت کل مربع $5 \times 5 = 25$ است. پس مساحت قسمت سفید برابر است با $25 - 20 = 5$ و نسبت مساحت قسمت سفید به مساحت قسمت سایه‌زده شده برابر است با: $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$.



۲۵. ج) بعد از تغییرات قیمت، قیمت یکی از کتاب‌ها ۹۵٪ قیمت اولیه و قیمت دیگری ۱۱۵٪ قیمت اولیه شده است. اختلاف آن‌ها $115\% - 95\% = 20\%$ است. اگر ۲۰٪ قیمت اولیه ۶۰۰ تومان باشد، قیمت اولیه 3000 تومان بوده است. ۹۵٪ این قیمت برابر $2850 = 3000 \times 0.95$ تومان می‌باشد.

۲۶. الف) در شکل صفحه‌ی بعد یک مربع 5×5 ، کاملاً با اعداد ۱ تا ۲۵ پر شده است. همیشه آخرین عدد در گوشه‌ی بالای سمت راست قرار می‌گیرد. چون تعداد مربع‌های کوچک در یک مربع بزرگ، مربع کامل است، پس باید عددی که در گوشه‌ی بالای سمت راست قرار می‌گیرد، مربع کامل باشد. از میان گزینه‌ها فقط ۱۲۸ مربع کامل نیست.

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| ۱۱ | ۱۹ | ۲۰ | ۲۴ | ۲۵ |
| ۱۰ | ۱۲ | ۱۸ | ۲۱ | ۲۳ |
| ۴ | ۹ | ۱۳ | ۱۷ | ۲۲ |
| ۳ | ۵ | ۸ | ۱۴ | ۱۶ |
| ۱ | ۲ | ۶ | ۷ | ۱۵ |

۲۷. (د) در عدد $\underbrace{۱۱۱۱۱۱۱۱ \dots ۱۱۱}_{۱۵۲۰۰۴}$ ، $۲۰۰۴ \div ۳ = ۶۶۸$ تا ۱۱۱

کنار هم قرار گرفته‌اند. حاصل تقسیم $۳۷ = ۱۱۱ \div ۳$ پس حاصل تقسیم $\underbrace{۱۱۱۱۱۱۱۱ \dots ۱۱۱}_{۱۱۱۱۶۶۸}$ بر ۳، برابر $\underbrace{۳۷ \dots ۳۷}_{۰۳۷۶۶۸}$ است. چون صفر پشت عدد خوانده نمی‌شود، ۶۶۷ تا صفر در خارج قسمت مورد نظر وجود دارد.

۲۸. (د) بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک ۱۰۸ و ۱۸۰ ، برابر ۳۶ است. می‌توانید هر ۳۶ توپ را در یک جعبه قرار دهید. ۱۰۸ توپ قرمز در ۳ جعبه و ۱۸۰ توپ سبز در ۵ جعبه قرار می‌گیرند.

۲۹. (الف) آن‌ها روی هم به ۳۰ مسئله پاسخ داده‌اند. فرض کنید به a تا از این مسئله‌ها پاسخ درست داده باشند، پس به $۳۰ - a$ مسئله پاسخ نادرست داده‌اند. با حل معادله‌ی زیر می‌توان a را پیدا کرد.

$$۵ \times a - ۳ \times (۳۰ - a) = ۳۴ + ۱۰ + ۲$$

$$۵ \times a - ۹۰ + ۳ \times a = ۴۶$$

$$۸ \times a = ۱۳۶$$

$$a = ۱۷$$

با حدس و آزمایش هم می‌توان فهمید که متین به ۸ سؤال، فرزاد به ۵ سؤال و حسین به ۴ سؤال پاسخ درست داده‌اند و $۱۷ = ۴ + ۵ + ۸$.

۳۰. (ج) مساحت این مثلث برابر است با: $۲۴ \text{ cm}^2 = (۶ \times ۸) \div ۲$. بنابراین

مساحت چندضلعی حاصل از 24 cm^2 کمتر است و گزینه‌های (د) و (ه) نمی‌توانند پاسخ مسئله باشند. اگر شکلی خط تقارن داشته باشد می‌توانیم آن را از روی این خط تا بزنیم و شکلی به دست آوریم که مساحت آن نصف مساحت شکل اولیه باشد. اما مثلث قائم‌الزاویه با طول ضلع‌های قائمه‌ی 6 cm و 8 cm ، خط تقارن ندارد. پس مساحت چندضلعی حاصل از $24 \div 2 = 12 \text{ cm}^2$ بیشتر است و گزینه‌های (الف) و (ب) نمی‌توانند پاسخ مسئله باشند.