

راه حل مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۲۳

راه حل مسئله‌های سه امتیازی

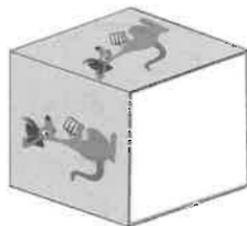
۱. (ج) اگر به اعداد جدول و الگوهایی که در آن هست دقت کنید، می‌بینید که هر عدد، از عدد بالایی‌اش ۸ تا بیشتر و از عدد پایینی‌اش، ۸ تا کمتر است. همچنین از عدد سمت راستی‌اش یکی کمتر است. پس فقط گزینه‌ی (ج) ممکن است از این جدول بریده شده باشد، که همه‌ی این شرایط را دارد.
۲. (د) برای ساختن ۸۰۰، به ۱۹ تا چوب‌کبریت نیاز داریم. ولی ۷۱۱ را می‌توان با ۷ تا چوب‌کبریت ساخت (۳ تا برای ۷، ۲ تا برای ۱، ۲ تا دیگر هم برای ۱ بعدی).
۳. (د) در تصاویر صفحه‌ی بعد می‌بینید که چگونه شکل‌های (الف)، (ب)، (ج) و (ه) را با فقط یک خط راست، به دو مثلث تقسیم کرده‌ایم:



(هر چهارضلعی را می‌توان با رسم یک قطر آن به دو مثلث تقسیم کرد.)
ولی در یک شش‌ضلعی، هر قطر، یا هر پاره‌خطی که از رأس به نقطه‌ای از ضلع وصل شود، یا هر پاره‌خطی که دو نقطه از اضلاع را به هم وصل کند، نمی‌تواند دو مثلث ایجاد کند و حتماً یک شکل از دو شکل ایجاد شده، بیش از سه ضلع دارد:



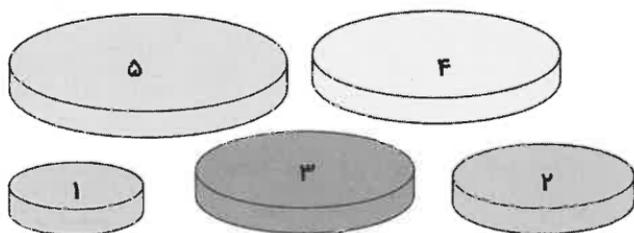
۴. (ب) به کانگوروی روی وجه خاکستری تیره دقت



کنید. وجه روبه‌روی صورت، بالای سر و زیر پای کانگورویی که در خانه‌ی خاکستری تیره قرار دارند، همگی سفیدرنگ هستند. با این حساب، گزینه‌های الف و ج و هـ نمی‌توانند مکعب رزا باشند. گزینه‌ی د نیز رد است. زیرا دو کانگورویی که در خانه‌ی خاکستری روشن قرار دارند، جهت‌هایشان در یک راستا قرار نمی‌گیرد، بلکه برهم عمودند. شکل روبه‌رو را ببینید.

۵. (د) ارتفاع برج، ۲۱ ردیف است، پس $21 - 9 = 12$ تا از پله‌ها در شکل دیده نمی‌شوند.

۶. (ب) دیسک‌ها را به صورت صفحه‌ی بعد، از کوچک به بزرگ شماره می‌گذاریم:



به صورت نظام مند، تمام حالت‌های ممکن برای چیدن چهارتا دیسک را که هر دیسک از دیسک زیرش کوچک تر باشد، به دست می آوریم:

• اگر دیسک ۵ زیر باشد، حالت‌های ممکن چنین است:

۲-۳-۴-۵

۱-۳-۴-۵

۱-۲-۴-۵

۱-۲-۳-۵

• اگر دیسک ۴ زیر باشد، تنها حالت ممکن ۱-۲-۳-۴ است و دیگر حالتی برای چیدن دیسک‌ها وجود ندارد.

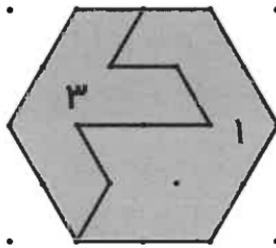
پس در کل ۵ حالت وجود دارد.

۷. (د) اولین نوار، نواری است که زیر همه‌ی نوارهای دیگر باشد، یعنی نوار ۲. پس از آن نوار ۱ بسته شده که زیر دو نوار دیگر است، سپس نوار ۴ است و بالاخره نوار ۳ که روی همه‌ی نوارهای دیگر است. پس ترتیب آن‌ها چنین است: ۲، ۱، ۴، ۳.

۸. (ب) واضح است که قطعه‌های ۱ و ۲ نمی‌توانند کنار هم قرار بگیرند و شش ضلعی را بسازند. همچنین قطعه‌های ۳ و ۴ نمی‌توانند کنار هم، شش ضلعی را بسازند.

علاوه بر این، شکل ۴ نه کنار شکل ۱ می‌تواند به خوبی قرار گیرد نه کنار شکل ۲.

با کمی دقت می‌بینید که قطعه‌های ۱ و ۳ به خوبی کنار هم قرار می‌گیرند و شکل شش ضلعی را می‌سازند.



۹. (ج) بین عددهایی که از سوراخ‌ها دیده می‌شوند، به ترتیب در جهت عقربه‌های ساعت، اول ۴ تا فاصله است $(4=5-1)$ ، و سپس ۲ تا فاصله هست $(2=5-7)$. پس باید اعدادی را پیدا کنیم که چنین باشند.

تنها در گزینه‌ی (ج)، فاصله‌ی ۱۲ تا ۴، و فاصله‌ی ۴ تا ۶، به همین اندازه‌ها است.

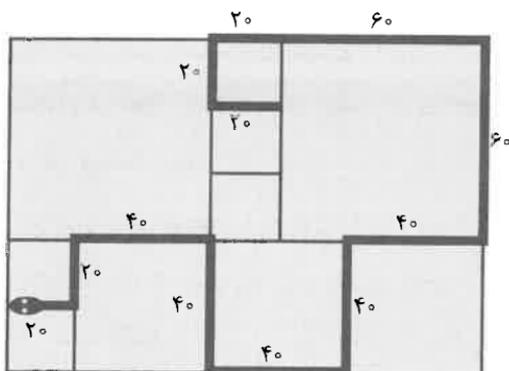
۱۰. (ج) در قطعه‌ی (ج)، مقدار قسمت خاکستری تیره از نصف دایره بیشتر است، بنابراین نمی‌توان آن را ساخت. بقیه‌ی شکل‌ها را با گذاشتن سه تکه روی دایره‌ی سیاه، می‌توان ساخت. توجه کنید که ممکن است تکه‌ها روی هم قرار گرفته باشند.

راه‌حل مسئله‌های چهار امتیازی

۱۱. (ج) اولین عدد  است، عدد بعدی   است که هم یکانش

متفاوت است، هم دهگانش. پس \blacklozenge ، رقم ۹ بوده و \blacktriangle ، رقم صفر است. به این ترتیب یکان عدد بعدی، یعنی \blacksquare ، ۱ است. به این ترتیب، اولین عدد ۱۹ بوده، بعدی ۲۰، سومی ۲۱، و عدد بعدی ۲۲ خواهد بود. علامت متناظر با ۲، \heartsuit است و ۲۲ به صورت $\heartsuit\heartsuit$ نوشته می‌شود.

۱۲. (ج) محیط کوچک‌ترین مربع‌ها، ۸۰ سانتی‌متر است، پس کوچک‌ترین پاره‌خط‌ها در شکل، $20 = 80 \div 4$ سانتی‌متر هستند. اندازه‌ی پاره‌خط‌های دیگر را از روی این پاره‌خط‌ها، و از اینکه در مربع، هر چهارضلع با هم برابرند، به دست می‌آوریم و طول مار را پیدا می‌کنیم:



$$\begin{aligned} \text{طول مار} &= 20 + 20 + 40 + 40 + 40 + 40 + 40 + 40 + 60 + 60 + 20 + 20 + 20 \\ &= (5 \times 20) + (5 \times 40) + (2 \times 60) \\ &= 100 + 200 + 120 \\ &= 420 \end{aligned}$$

۱۳. (د) ساعت اصلی، قرینه‌ی تصویر بالای صفحه‌ی بعد است؛



پس ساعت ۲۱ و ۵۱ دقیقه بوده است. سی دقیقه بعد، ساعت ۲۲ و ۲۱ دقیقه است و تصویر آن در آینه، قرینه‌ی آن است:



توجه کنید که قرینه‌ی ۱، خود ۱ است و ۲ و ۵ قرینه‌ی یکدیگر هستند.

۱۴. (ب) اگر مریم راست گفته باشد، آنگاه شیشه را پریسا شکسته و رؤیا و تینا هم راست گفته‌اند، در حالی که فقط یک بچه راست گفته است. پس مریم راست نگفته و کار پریسا نبوده.

اگر پریسا راست گفته باشد که کار رؤیا بوده، آنگاه تینا هم راست گفته است و باز این با اطلاعات مسئله که فقط یک بچه راست گفته است، سازگار نیست. پس پریسا نیز راست نگفته و کار رؤیا نبوده است. به این ترتیب فقط رؤیا می‌تواند راست گفته باشد و تینا راست نگفته و شکستن شیشه، کار او بوده است.

۱۵. (د)

