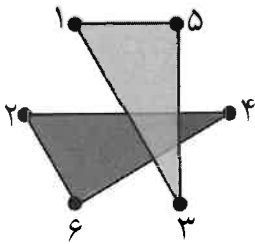



راه حل مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۲۲

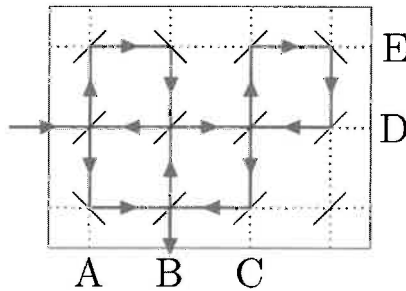
راه حل مسئله‌های سه امتیازی



۱. (ه) نقطه‌های زوج را به هم وصل کنید،
نقطه‌های فرد را نیز به هم.
شکل روبه‌رو به دست می‌آید که شکل گزینه‌ی
(ه) است.

۲. (ه) مسیر را دنبال کنید، حرکتی که به صورت  باشد، خلاف جهت
عقربه‌های ساعت است. می‌بینید که فقط دور مانع‌های ۱ و ۳ چنین حرکتی
بوده است.

۳. (ب)

۴. (د) $۴۵ = ۴۰ + ۵$ و نماد ۴۰ و ۵ از چپ به راست این‌ها هستند:

نماد ۴۰



نماد ۵

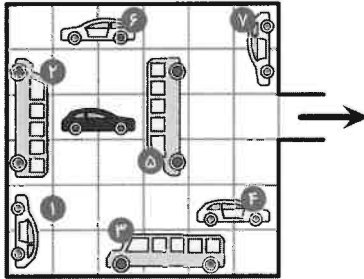


پس نماد ۴۵ این است:

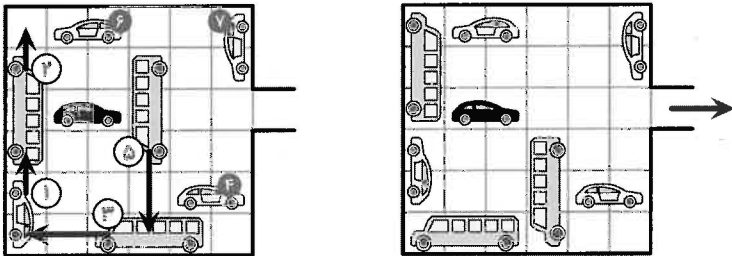
۵. (ب) با سه بسته‌ی ۲۵ تایی، ۷۵ تیله به دست می‌آورد ولی چهار بسته‌ی ۲۵ تایی می‌شود ۱۰۰ تا تیله، که زیاده‌تر از نیاز او است. پس با سه بسته‌ی ۲۵ تایی و دو بسته‌ی ۱۰ تایی، ۹۵ تیله به دست می‌آورد، یعنی دست‌کم با ۵ بسته.

۶. (ج) مساحت کل مربع، $۱۰ \times ۱۰ = ۱۰۰$ سانتی‌متر مربع است، و اگر قسمت‌های سایه‌خورده را بشمارید، دقیقاً نیمی از کل قسمت‌ها است (یعنی به‌ازای هر قسمت سایه‌خورده، یک قسمت سفید هم وجود دارد). پس مساحت قسمت سایه‌خورده $۱۰۰ \div ۲ = ۵۰$ سانتی‌متر مربع است..

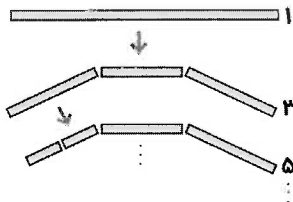
۷. (ج) خودروها را شماره می‌گذاریم:



خودروهای ۲ و ۱ را به بالا حرکت می‌دهیم تا خودروی ۳ بتواند برود ته پارکینگ و خودروی ۵ بتواند به پایین بیاید و راه خودروی سیاه باز شود. پس دست‌کم چهار خودرو باید حرکت کند.



۸. (ج) برای اینکه ببینیم تعداد تکه‌های به دست آمده در هر مرحله چه‌گویی دارد، تعداد تکه‌ها را تا چند مرحله به دست می‌آوریم:



و به این ترتیب، هر بار که یک تکه را به سه تکه تقسیم می‌کنند، ۲ تا به تعداد

تکه‌ها اضافه می‌شود و همیشه تعداد تکه‌ها، عددی فرد است. پس نمی‌تواند ۲۰ تکه به دست بیاورد زیرا ۲۰ عددی زوج است.

۹. (الف) کوچک‌ترین عدد دوازده رقمی ممکن، این است:

۱۱۳	۴	۵۱	۵	۶۷	۶۹	۹
-----	---	----	---	----	----	---

پس سه رقم سمت راست آن، ۶۹۹ است.

۱۰. (د) با توجه به اینکه چرخ و فلک ۱۲ کابین دارد، یعنی به ۱۲ قسمت مساوی تقسیم شده است. کابین‌ها یکی در میان سفید و سیاه هستند. پس اکنون که یک کابین سیاه بالا است، باید $\frac{1}{13}$ بچرخد تا یک کابین سفید بالا قرار گیرد.

راه حل مسئله‌های چهار امتیازی

۱۱. (ج) آخرین فیل، یک بچه‌فیل است و بنابراین باید دست‌کم یک بچه‌فیل در انتهای یکی از مسیرهای بعد از تقاطع وجود داشته باشد. ولی در حالت (ج)، هیچ بچه‌فیلی در انتهای هیچ‌یک از مسیرها نیست. اگر سایر حالت‌ها را نیز بررسی کنید می‌بینید که می‌توانند وضعیت بعد از گذشتن همه‌ی فیل‌ها را نشان دهند.

۱۲. (ب) راه اول: اگر دقت کنید، پیکان به پایین و پیکان به بالا، اثر یکدیگر را خنثی می‌کنند. زیرا یکی $\times 4$ و دیگری $\div 4$ است. همچنین پیکان راست و پیکان چپ، اثر یکدیگر را خنثی می‌کنند. پس با توجه به اینکه سارا، سه تا پیکان به پایین و سه تا پیکان به بالا را انجام می‌دهد، همچنین دوتا پیکان به

راست و سه تا پیکان به چپ را، پس در نهایت به عدد $۱۲ \div ۲ = ۶$ می‌رسد.

راه دوم: می‌توانید اعمال مربوط به هر پیکان را به ترتیب انجام دهید:

$$۱۲ \times ۴ = ۴۸$$

$$۴۸ \times ۲ = ۹۶$$

$$۹۶ \times ۴ = ۳۸۴$$

$$۳۸۴ \div ۲ = ۱۹۲$$

$$۱۹۲ \times ۴ = ۷۶۸$$

$$۷۶۸ \div ۲ = ۳۸۴$$




$$۳۸۴ \div ۴ = ۹۶$$

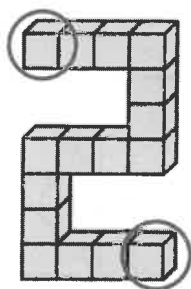
$$۹۶ \div ۲ = ۴۸$$

$$۴۸ \div ۴ = ۱۲$$

$$۱۲ \times ۲ = ۲۴$$

$$۲۴ \div ۴ = ۶$$

۱۳. (ه) در ، به جز مکعب‌های ابتدا و انتهای سازه، که در شکل نشان داده شده، بقیه دووجهشان به مکعب‌های دیگر چسبیده و چهاروجهشان رنگ می‌شود. ولی این دو مکعب انتهایی، فقط یک‌وجهشان به مکعب دیگری چسبیده و پنج‌وجهشان رنگ می‌شود. پس در سه تا ، کلاً $۳ \times ۲ = ۶$ مکعب هست که بیشتر از چهاروجهش رنگ شده است. در ، همه‌ی مکعب‌ها به‌گونه‌ای هستند که دو وجهشان به مکعب‌های دیگر چسبیده و بنابراین چهاروجهشان رنگ شده است. پس $۶۰ - ۶ = ۵۴$ مکعب در کل، چهاروجهشان رنگ شده است.



۱۴. (د) در تصویر سمت چپ، قاعده‌ی مستطیلی ۲ متر \times ۴ متر روی زمین است و تا ارتفاع ۲۵ سانتی‌متری در آن آب ریخته شده است، پس حجم آب (پس) از تبدیل واحد متر به سانتی‌متر) برابر است با

$$۲۰۰ \times ۴۰۰ \times ۲۵ = ۲,۰۰۰,۰۰۰ \text{ سانتی متر مکعب}$$

در تصویر سمت راست، قاعده‌ی مستطیلی ۱ متر \times ۲ متر روی زمین است و ارتفاع آب در آن به اندازه‌ای خواهد بود که همان حجم آب را داشته باشیم، پس

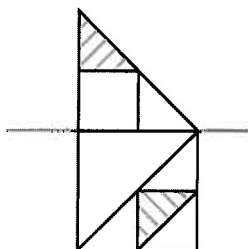
$$۱۰۰ \times ۲۰۰ \times \square = ۲,۰۰۰,۰۰۰$$

با حذف صفرها از طرفین تساوی، می‌بینیم که

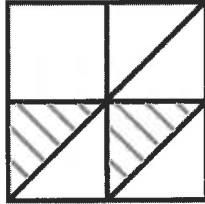
$$۲ \times \square = ۲۰۰$$

پس تا ارتفاع ۱۰۰ سانتی‌متری آب بالا می‌آید، و ۱۰۰ سانتی‌متر یعنی ۱ متر.

۱۵. (الف) پس از تای عمودی، این شکل را داریم:



و پس از تای افقی، این شکل به دست می آید:



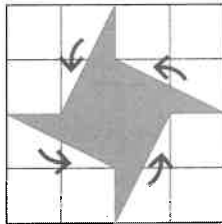
۱۶. (ب) به شکل نگاه کنید، قسمت چهارخانه از ۱۶ مربع تشکیل شده است.

مساحت هر مربع چهارخانه را به دست می آوریم:

$$۱۰۰ \div ۱۶ = ۶,۲۵ \text{ سانتی متر مربع}$$

با قراردادن قسمت های مشخص شده ی خاکستری در جاهای سفید، کل

قسمت خاکستری با چهارتا مربع چهارخانه برابر می شود:



پس مساحت قسمت خاکستری، یک چهارم مساحت کل مربع بزرگ است،

یا $۴ \times ۶,۲۵$ است، و در هر دو حالت، به پاسخ ۲۵ سانتی متر مربع می رسیم.

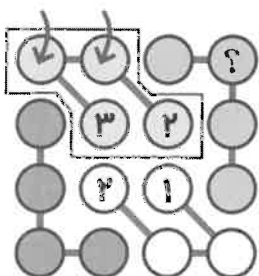
۱۷. (د) از سال ۲۰۲۲ به عقب که برگردیم، می بینیم یکبار در سال ۲۰۰۰ و

یکبار هم در سال ۱۹۹۹، سه رقم یکسان در عدد سال میلادی آمده است. پس

لاک پشت مورد نظر ما، دست کم $۲۳ = ۱۹۹۹ - ۲۰۲۲$ سال دارد.

۱۸. (ب) در شکل صفحه ی بعد، به چهار دایره ای که دورش خط کشیده ایم و

دایره هایی که علامت زده ایم، توجه کنید:



طبق شرایطی که در مسئله بیان شده، دو عدد ۱ و ۴ در این دو دایره قرار می‌گیرند. بنابراین در دو دایره‌ی دیگر ردیف بالا، عددهای ۲ و ۳ باید قرار گیرند. اما از آنجا که عدد ۲ در ستون دوم از سمت راست آمده است، پس عدد ۲ باید در خانه‌ای که با علامت سؤال مشخص شده بیاید.

۱۹. (الف) مجموع وزن گوسفندهای اول و سوم و چهارم، روی هم $۳۲ = ۶۰ - ۲۸$ کیلوگرم است. گوسفند اول، باید دست کم ۲۹ کیلوگرم وزن داشته باشد، و بنابراین گوسفند سوم و چهارم روی هم حداکثر $۳ = ۳۲ - ۲۹$ کیلوگرم وزن دارند. از آنجا که وزن هیچ دو گوسفندی مثل هم نیست، پس وزن گوسفند سوم، ۲ کیلوگرم و وزن گوسفند آخر، ۱ کیلوگرم است.

۲۰. (ه) برای اینکه بتوانیم این مسئله را حل کنیم، باید عدد وسط را که در هر سه خط مشترک است، پیدا کنیم، زیرا با حذف عدد وسط از عددهای ۳ تا ۹، مجموع بقیه‌ی عددها باید سه قسمت برابر شود. توجه کنید که مجموع عددهای ۳ تا ۹ برابر است با $۴۲ = ۳ + ۴ + ۵ + ۶ + ۷ + ۸ + ۹$ که بر ۳ بخش پذیر است، پس فقط می‌توان عددهای ۳، ۶ یا ۹ را در دایره‌ی وسط قرار داد. هر حالت را بررسی می‌کنیم:

$$\text{حالت اول: } ۳ \text{ وسط باشد: } ۴۲ - ۳ = ۳۹$$

$$۳۹ \div ۳ = ۱۳$$

عددهای روی هر خط: ۹ و $۸/۴$ و $۷/۵$ و ۶

مجموع عددهای هر خط: $۱۳+۳=۱۶$

حالت دوم: ۶ وسط باشد: $۴۲-۶=۳۶$

$$۳۶ \div ۳ = ۱۲$$

عددهای روی هر خط: ۹ و ۳ و $۷/۵$ و ۴

مجموع عددهای هر خط: $۱۲+۶=۱۸$

حالت سوم: ۹ وسط باشد: $۴۲-۹=۳۳$

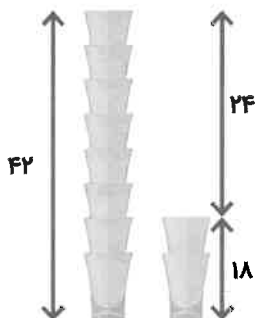
$$۳۳ \div ۳ = ۱۱$$

عددهای روی هر خط: ۸ و $۷/۳$ و $۶/۴$ و ۵

مجموع عددهای هر خط: $۱۱+۹=۲۰$

که بیشترین مجموع، ۲۰ است.

راه حل مسئله‌های پنج امتیازی



۲۱. (د) اندازه‌ی ۶ قسمت؛ سانتی‌متر $۴۲-۱۸=۲۴$

اندازه‌ی هر قسمت؛ سانتی‌متر $۲۴ \div ۶ = ۴$

ارتفاع یک لیوان؛ سانتی‌متر $۱۸-۴=۱۴$

ارتفاع شش لیوان؛ سانتی‌متر $۱۴+(۵ \times ۴)=۳۴$

یا سانتی‌متر $۱۸+(۴ \times ۴)=۳۴$

یا سانتی‌متر $۴۲-(۲ \times ۴)=۳۴$

۲۲. (ج) از ستون دوم از سمت راست شروع می‌کنیم که حاصل جمع عددهای

مربوط به بیر و مرغ، برابر با ۳ شده است. پس یکی از آن‌ها ۲ و دیگری ۱

است. برای اینکه بزرگ‌ترین حاصل جمع برای عددهای ردیف بالا را داشته

باشیم، ۲ را بالا می‌گذاریم.

اینک به سراغ ستون اول از سمت راست می‌رویم که حاصل جمع عددهای مربوط به سگ و لاک‌پشت، ۷ شده است، و البته هیچ‌یک از آن‌ها ۲ یا ۱ نیستند. پس سگ و لاک‌پشت می‌توانند ۳ و ۴ باشند، و باز ۴ را در ردیف بالا می‌گذاریم. برای مجموع ۱۱، عددهای خرگوش و شتر باید ۵ و ۶ باشند (زیرا ۱ و ۲ و ۳ و ۴ نمی‌توانند باشند) و ۶ را در ردیف بالا می‌گذاریم. بالاخره عددهای گاو و اسب که مجموعشان ۱۵ شده، باید ۷ و ۸ باشند، و ۸ را بالا می‌گذاریم:

۸	۶	۴	۲	→ ۲۰
۷	۵	۳	۱	
↓	↓	↓	↓	
۱۵	۱۱	۷	۳	

۲۳. (د) از آخرین راهنمایی، یعنی اینکه همه‌ی رقم‌های ۷ و ۳ و ۸ نادرست‌اند، می‌فهمیم در اولین قفل، یعنی

۶	۸	۲
---	---	---

، یا ۶ درست است یا ۲. اگر ۶ درست باشد، باید جایش هم درست باشد، ولی در راهنمایی بعدی، گفته شده که یکی از رقم‌ها درست است ولی در جای نادرست قرار دارد و بنابراین، ۶ نمی‌تواند این رقم باشد. پس جای ۲ معلوم شد:

؟	؟	۲
---	---	---

در قفل دوم، یعنی

۶	۱	۴
---	---	---

، ۶ که رقم درست نیست، پس یکی از ۴ یا ۱ رقم درست است ولی در جای نادرست، و در سومین قفل، یعنی

۲	۰	۶
---	---	---

، ۶ که نادرست است، پس ۰ و ۲ هر دو در جاهای نادرست

هستند. پس جای ۰ معلوم شد:

۰	؟	۲
---	---	---

. با توجه به قفل دوم، رقم

وسط ۴ است:

۰	۴	۲
---	---	---

۲۴. (ج) با دقت در شکل آناهیتا، می‌بینید که سه قسمت آن، هریک میله‌ای با سه مکعب کوچک است و طرز قرارگرفتن آن‌ها کنار هم، باید در گزینه‌ی موردنظر، یکی باشد.

۲۵. (ه) وحید هربار چهار عدد از بین پنج عدد انتخاب می‌کند، پس هربار یکی از عددها را کنار می‌گذارد. حالت‌های مختلف را بررسی می‌کنیم. (توجه کنید که از تساوی $\square + \square - \square = \square$ ، نتیجه می‌شود که مجموع عدد خاکستری و عددی که با \uparrow مشخص شده، با مجموع دو عدد دیگر برابر است.)

حالت اول: ۲ را کنار بگذارد و با ۳ و ۴ و ۵ و ۶، تساوی بنویسد:

$$6 + 3 - 5 = \boxed{4} \quad \text{یا} \quad 6 + 3 - 4 = \boxed{5}$$

$$4 + 5 - 3 = \boxed{6} \quad \text{یا} \quad 4 + 5 - 6 = \boxed{3}$$

حالت دوم: ۳ را کنار بگذارد و با ۲ و ۴ و ۵ و ۶، تساوی بنویسد: مجموع این چهار عدد، ۱۷ است و نمی‌توان آن‌ها را به دو گروه با مجموع برابر تقسیم کرد. پس چنین حالتی ممکن نیست.

حالت سوم: ۴ را کنار بگذارد و با ۲ و ۳ و ۵ و ۶، تساوی بنویسد:

$$6 + 2 - 5 = \boxed{3} \quad \text{یا} \quad 6 + 2 - 3 = \boxed{5}$$

$$5 + 3 - 2 = \boxed{6} \quad \text{یا} \quad 5 + 3 - 6 = \boxed{2}$$

حالت چهارم: ۵ را کنار بگذارد و با ۲ و ۳ و ۴ و ۶، تساوی بنویسد: مانند حالت دوم، این حالت نیز ممکن نیست.

حالت پنجم: ۶ را کنار بگذارد و با ۲ و ۳ و ۴ و ۵، تساوی بنویسد:

$$۵ + ۲ - ۳ = \boxed{۴} \quad \text{یا} \quad ۵ + ۲ - ۴ = \boxed{۳}$$

$$۳ + ۴ - ۲ = \boxed{۵} \quad \text{یا} \quad ۳ + ۴ - ۵ = \boxed{۲}$$

با جمع‌بندی این پنج حالت، می‌بینیم که عددهای ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ همه می‌توانند در مربع خاکستری سمت راست قرار گیرند.

۲۶. (د) با توجه به اینکه عدد داخل هر مثلث، با حاصل ضرب سه عدد روی رأس‌های آن برابر است، عدد دایره‌ی وسط باید شمارنده‌ی مشترک هر چهار عدد ۸۴ و ۱۰۵ و ۱۶۸ و ۲۱۰ باشد (یعنی عددی که این چهار عدد بر آن بخش‌پذیر باشند) که این عدد، ۷ است.

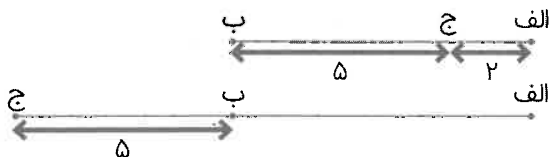
$$۱۶۸ \div ۷ = ۲۴$$

پس حاصل ضرب دو عدد دیگر رأس‌های مثلث خاکستری، ۲۴ است و بنابراین، این دو عدد ۴ و ۶ هستند. مجموع عددهای سه رأس این مثلث برابر با $۱۷ = ۴ + ۶ + ۷$ خواهد بود.

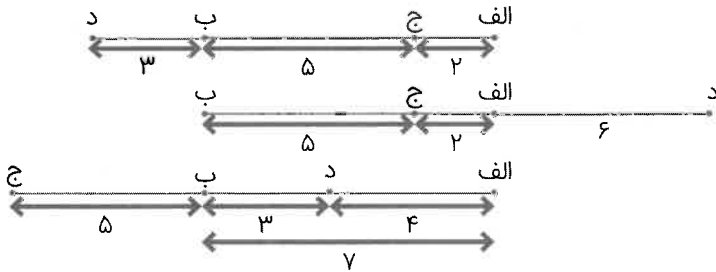
۲۷. (ج) فاصله‌ی الف ب، ۷ سانتی‌متر است:



فاصله‌ی ب ج، ۵ سانتی‌متر است و ج دو حالت دارد:



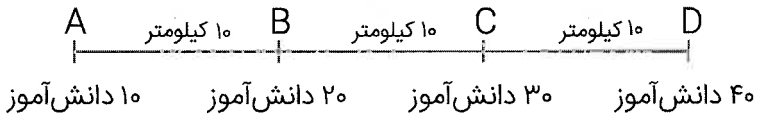
فاصله‌ی ج د، ۸ سانتی‌متر است، و در هریک از حالت‌های بالا، می‌توانیم جای د را مشخص کنیم:



(توجه کنید که کاملاً واضح است که حالتی که د در سمت چپ ج باشد، نادرست است زیرا فاصله‌ی الف تا د بیشتر از ۶ می‌شود که خلاف آخرین شرط است که الف د = ۶.)

(حالت سوم نیز نادرست است زیرا فاصله‌ی الف د = ۶، ولی در این تصویر، الف د = ۴) پس شکل درست این چهار نقطه، تصویر دوم است و د و ب دو سر پاره‌خط هستند.

۲۸. (د)



یکی یکی حالت‌های مختلف را بررسی می‌کنیم:

حالت اول: اگر مدرسه در A باشد، کل مسیر طی شده توسط دانش‌آموزان برابر است با:

$$(10 \times 0) + (20 \times 10) + (30 \times 20) + (40 \times 30) = 0 + 200 + 600 + 1200 = 2000$$

حالت دوم: مدرسه در B باشد:

$$(10 \times 10) + (10 \times 0) + (30 \times 10) + (40 \times 20) = 100 + 0 + 300 + 800 = 1200$$

حالت سوم: مدرسه در C باشد:

$$(10 \times 20) + (20 \times 10) + (10 \times 0) + (40 \times 10) = 200 + 200 + 0 + 400 = 800$$

حالت چهارم: مدرسه در D باشد:

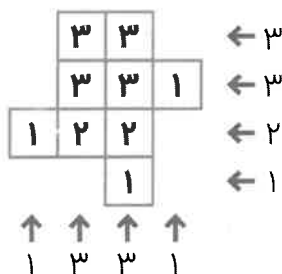
$$(10 \times 30) + (20 \times 20) + (30 \times 10) + (10 \times 0) = 300 + 400 + 300 = 1000$$

و در حالتی که مدرسه در نقطه‌ی وسط B و C باشد:

$$(10 \times 15) + (20 \times 5) + (30 \times 5) + (40 \times 15) = 150 + 100 + 150 + 600 = 1000$$

پس وقتی که مدرسه در C باشد، کمترین مسافت توسط همه‌ی بچه‌ها طی می‌شود.

۲۹. (ب) سازه به این صورت باید باشد تا بیشترین تعداد مکعب استفاده شود:



مجموع تعداد مکعب‌های همه‌ی خانه‌ها برابر است با

$$3+3+3+3+1+1+2+2+1=19$$

۳۰. (د) نخست توجه کنید که همه‌ی این سی‌نفر نمی‌توانند بدون کلاه باشند؛ زیرا آن وقت هر سی‌نفر باید دروغ‌گو باشند و جمله‌ی «دست‌کم یکی از دو

نفر کنار من کلاه بر سر ندارد»، باید جمله‌ی نادرستی باشد و هر دو نفر کنار هرکس باید کلاه داشته باشند؛ که امکان ندارد هم همه بی کلاه باشند و هم دونفر دوطرف هرکسی کلاه داشته باشند. به این ترتیب هرکس کلاه نداشته باشد، درست بین دو نفر که کلاه دارند نشسته است.

از طرف دیگر چون می‌خواهیم تعداد کسانی که کلاه دارند، بیشترین تعداد ممکن باشد، باید تعداد کسانی را که کلاه ندارند تا حد امکان، کمتر کنیم. پس این حالت را می‌توانیم تصور کنیم:

(ن: فردی که کلاه ندارد

د: فردی که کلاه دارد) د د ن د د ن د د

به این ترتیب هر کس که کلاه دارد، دست‌کم یک نفر کنارش هست که کلاه ندارد و تعداد افراد بی کلاه، ۱۰ نفر می‌شود. اما نمی‌توانیم کمتر از ۱۰ نفر بدون کلاه داشته باشیم چون آن وقت دست‌کم یک گروه سه‌تایی د د د کنار هم داریم که نفر وسط، هیچ فرد بی کلاهی کنارش نشسته و حرفش نادرست می‌شود.

پس بیشترین تعداد افرادی که کلاه دارند، ۲۰ نفر خواهد بود.