

راه حل مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۲۱

راه حل مسئله‌های سه امتیازی

۱. (د) فقط سازه‌ی گزینه‌ی (د) است که از چهار آجر خاکستری و دو آجر سفید تشکیل شده است.

۲. (الف)



۳. (ه) راه اول: عددهای هر تصویر را می‌نویسیم و مقایسه می‌کنیم:

۱۵۷۸۶	تصویر (الف):
۹۸۵۴۲	تصویر (ب):
۲۶۸۴۷	تصویر (ج):
۶۵۷۴۲	تصویر (د):
۹۸۶۵۱	تصویر (ه):

راه دوم: اولین رقم سمت چپ هر عدد، بزرگ‌ترین ارزش مکانی را دارد و تعیین‌کننده‌ی بزرگی عدد است. بین این پنج عدد، در تصویرهای (ب) و (ه)، ستاره روی رقم ۹ است که نشان می‌دهد اولین رقم سمت چپ این دو عدد از بقیه بزرگ‌تر است. رقم بعدی هردوی آن‌ها ۸ است؛ و رقم سوم آن‌ها تعیین می‌کند کدام یک عدد بزرگ‌تری است.

۴. (د) ترتیب برداشتن حروف چنین است:

«س» از جعبه‌ی ۳، «ق» از جعبه‌ی ۱، «م» از جعبه‌ی ۵، «ی» از جعبه‌ی ۴، و بالاخره «ت» از جعبه‌ی ۲.

۵. (ب) با توجه به قطعه‌هایی که یک طرفشان صاف است و در ابتدا و انتهای جورچین قرار می‌گیرند، و نیز با توجه به اینکه باید فرورفتگی‌ها و برآمدگی‌های قطعه‌های کنار هم در جورچین با یکدیگر جور باشند، شکل نهایی جورچین چنین است:



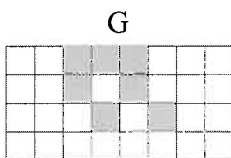
و

$$۱۲+۲۰=۳۲$$

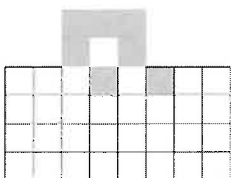
۶. (ج) چون دور استوانه اندازه‌ی ثابتی دارد، عددهای بالای سرهم روی نوار، اختلاف ثابتی دارند: $۲۱ = ۶ - ۲۷$.

پس بالای ۲۷ در ردیف بعد، عدد $۲۷ + ۲۱ = ۴۸$ و بالای آن در ردیف بعد، عدد $۴۸ + ۲۱ = ۶۹$ خواهد بود.

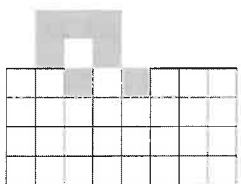
۷. (ب) با حرکت دادن شکل B به سمت چپ و بعد به سمت بالا، نخست آن را زیر دروازه می‌بریم:



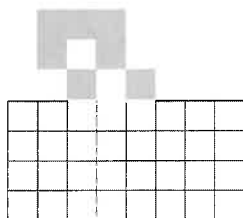
سپس دو خانه بالا می‌بریم:



سپس یک خانه به سمت چپ می‌بریم:



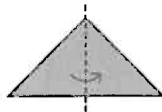
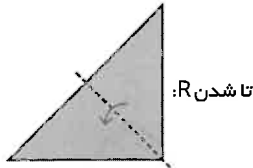
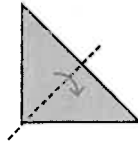
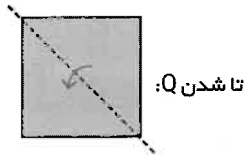
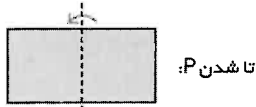
و بعد یک خانه به بالا می‌بریم تا کاملاً از دروازه‌ی G خارج شود:



بقیه‌ی شکل‌ها نمی‌توانند از دروازه‌ی G خارج شوند.

۸. همه‌ی نسبت‌ها با ۱ به ۳ برابر است.

۹. (ه)



۱۰. (د) شکل (الف)، $\frac{1}{4}$ از $\frac{1}{4}$ از $\frac{1}{4}$ شکل اولیه است؛ یعنی $\frac{1}{64}$ ،

شکل (ب)، $\frac{1}{2}$ از $\frac{1}{4}$ از $\frac{1}{4}$ شکل اولیه است؛ یعنی $\frac{1}{16}$ ،

شکل (ج)، $\frac{1}{2}$ از $\frac{1}{2}$ شکل اولیه است؛ یعنی $\frac{1}{4}$ ،

شکل (د)، $\frac{1}{4}$ از $\frac{1}{4}$ شکل اولیه است؛ یعنی $\frac{1}{8}$ ،

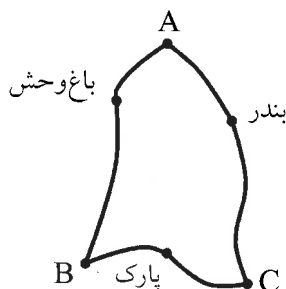
و شکل (ه)، $\frac{1}{4}$ شکل اولیه است.

راه حل مسئله‌های چهار امتیازی

۱۱. (ب) برای اینکه حاصل جمع این سه عدد کمترین مقدار ممکن بشود، باید این سه عدد کوچک‌ترین عددهای سه یا چهاررقمی ممکن باشند. این عددها چنین خواهند بود:

$$۵۰۲ + ۱۹۷۲ + ۹۷۰ = ۳۴۴۴$$

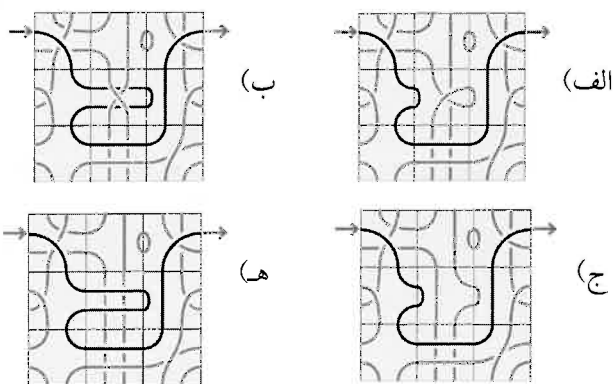
۱۲. (ب) کوتاه‌ترین مسیر از A به B، بعد به C و بعد دوباره به A، مسیر بیرونی است که از باغ وحش و پارک و بندر می‌گذرد:



با استفاده از اطلاعات مسئله، اگر طول سه مسیری که در مسئله گفته شده را با هم جمع کنیم، طول همه‌ی مسیر دوری به اضافهی مسیر درون را به دست می‌آوریم. پس کافی است از این حاصل جمع، طول مسیر درونی بین باغ وحش و پارک و بندر را برداریم:

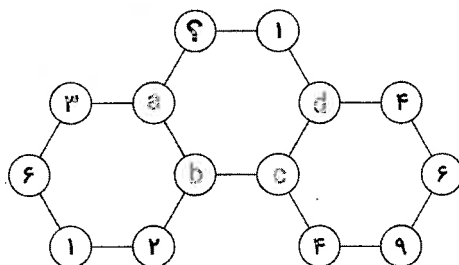
$$(10 + 12 + 13) - 15 = 20$$

۱۳. (د) تصویرهای (الف)، (ب)، (ج) و (ه) را در جای خالی گذاشته‌ایم:



ولی تصویر (د) را هرطور که بچرخانید و در جای خالی قرار دهید، مسیر مورد نظر به دست نمی‌آید.

۱۴. (ب) جاهای پوشانده شده را نام‌گذاری می‌کنیم:



مجموع رأس‌های a و b با شش ضلعی چپ به دست می‌آید:

$$a+b = 30 - (1+2+3+6) = 18$$

مجموع رأس‌های c و d نیز با شش ضلعی راست به دست می‌آید:

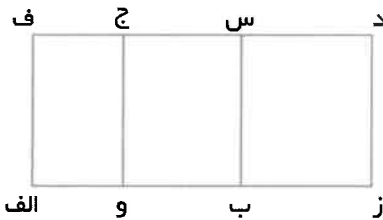
$$c+d = 30 - (4+4+6+9) = 7$$

پس مجموع پنج تا رأس شش ضلعی بالا برابر است با

$$18 + 7 + 1 = 26$$

و از آنجا، رأسی که علامت سؤال دارد، می‌شود

$$30 - 26 = 4$$



۱۵. (ج) از روی مساحت مستطیل

(الف ب س ف)، عرض مشترک

مستطیل‌ها را به دست می‌آوریم:

$$(12 + 18) = 30$$

اندازه‌ی (د ز)، $5 = 30 \div 6$ است.

حالا از روی مساحت مستطیل (و ز د ج)، طول (د ج) را پیدا می‌کنیم:

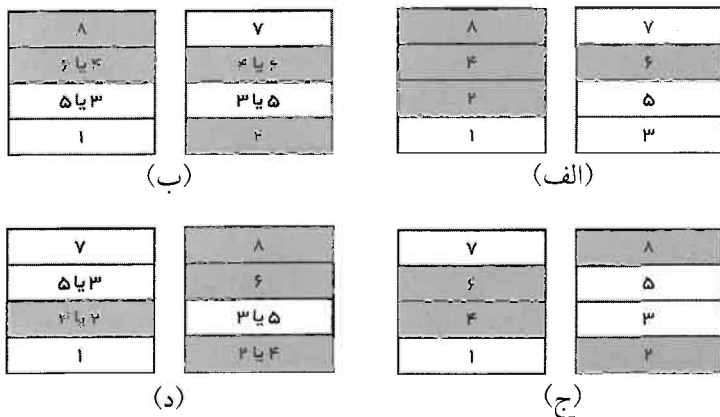
$$18 + 22 = 40$$

$$40 \div 5 = 8$$

۱۶. (الف) با تجسم هرم می‌بینید که از هر حرف، دو تا داریم، به جز A که اکنون

فقط در بالاترین گوی هرم در رأس آن، A داریم.

۱۷. ترتیب چیدن بلیت‌ها در هر یک از تصویرهای (الف) تا (د) را در زیر می‌بینید:



ولی در حالت (ه)، به هیچ طریقی نمی‌توان یکی در میان، کارت‌های سفید و خاکستری را روی هم چید تا تصویر کامل شود.

۱۸. (ج) در شکل (ج)، اگر رقم ۴ سمت چپ، دو تا بچرخد تا به ۶ برسد، رقم ۹ کنارش نیز باید دو تا بچرخد تا به ۱ برسد، زلی در رمز الان قفل، این رقم ۳ است. در بقیه‌ی شکل‌ها، تعداد چرخش‌های همه‌ی رقم‌های رمز، با هم یکسان است.

۱۹. (د) مجموع تعداد سیب‌های محمد و تعداد سیب‌های محمود، برابر با ۲۰ است و نیز مجموع تعداد گلابی‌های محمد و تعداد سیب‌های محمد، ۲۰ است. پس همیشه تعداد سیب‌های محمود با تعداد گلابی‌های محمد برابر است. بقیه‌ی جمله‌ها همیشه درست نیستند.

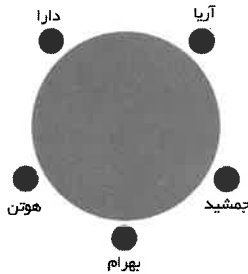
۲۰. (ب) طول مسیر، به ۶ قسمت برابر تقسیم شده است. پس قطاری که از الف به ب می‌رود، هر ۳۰ دقیقه یک قسمت را طی می‌کند. قطاری هم که از ب به

الف می‌رود، هر ۱۰ دقیقه یک قسمت را طی می‌کند، پس بعد از ۳۰ دقیقه، سه قسمت را طی می‌کند؛ و بنابراین در ۳۰ دقیقه دوم، دو قطار در جایی از قطعه‌ی مشخص شده به هم برخورد می‌کنند. از این رو باید دوراهی را در قطعه‌ی دوم از سمت شهر الف گذاشت.



راه حل مسئله‌های پنج امتیازی

۲۱. (الف) با استفاده از اطلاعات مسئله، این پنج نفر را دور میز می‌چینیم:



۲۲. (ب) با ۶ تخم مرغ، می‌تواند ۲۴ پنکیک درست کند، زیرا

تعداد تخم مرغ	۲۵	۶
تعداد پنکیک	۱۰۰	x

$$x=24$$

با ۴۰۰ گرم آرد، می‌تواند ۸ پنکیک درست کند، زیرا

آرد (گرم)	۵۰۰۰	۴۰۰
تعداد پنکیک	۱۰۰	y

$$y=8$$

با ۵۰۰ میلی لیتر شیر، می تواند ۱۲/۵ پنکیک درست کند، زیرا

شیر (میلی لیتر)	۴۰۰۰	۵۰۰
تعداد پنکیک	۱۰۰	z

$$z = 12/5$$

و بالاخره با ۲۰۰ گرم کره، می تواند ۲۰ پنکیک درست کند، زیرا

کره (گرم)	۱۰۰۰	۲۰۰
تعداد پنکیک	۱۰۰	t

$$t = 20$$

از آنجا که آرد او برای درست کردن تنها ۸ پنکیک کافی است، پس با مواد موجود می تواند حداکثر ۸ پنکیک درست کند. (دقت کنید که در هر جدول تناسب، واحدهای اندازه گیری مواد را یکسان کرده ایم.)

۲۳. (الف) چرخ دنده‌ی کوچک، ۱۰ دندانه دارد، پس وقتی یک دور کامل می چرخد، دندانه‌ی سیاه به تعداد ۱۰ دندانه حرکت می کند. پس دندانه‌ی سیاه هریک از چرخ دنده‌های دیگر هم باید ۱۰ دندانه حرکت کنند. تنها چرخ دنده‌ی بزرگ بالایی هم جهت با چرخ دنده‌ی کوچک می چرخد، ولی چرخ دنده‌ی بزرگ پایینی در خلاف جهت آن می چرخد.

۲۴. (ج) اطلاعات مسئله را خلاصه می کنیم:

$$\text{هلو} + \text{گلابی} = \text{پرتقال} + \text{سیب}$$

$$\text{هلو} + \text{پرتقال} < \text{گلابی} + \text{سیب}$$

از این دو تا، نتیجه می شود وزن سیب از هلو کمتر است.

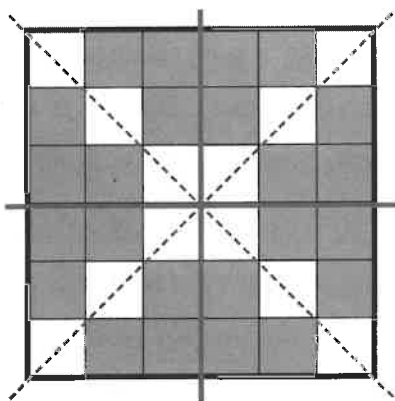
$$\text{هلو} + \text{گلابی} = \text{پرتقال} + \text{سیب}$$

$$\text{هلو} + \text{سیب} < \text{پرتقال} + \text{گلابی}$$

پس از این دو تا نیز می فهمیم وزن پرتقال هم از هلو کمتر است.

چون هم سیب از هلو سبک تر است و هم پرتقال، پس باید گلابی از هر دوی آن ها سبک تر باشد تا وزن سیب و پرتقال، روی هم با وزن هلو و گلابی برابر شود. پس هلو از همه ی میوه ها سنگین تر و گلابی از همه سبک تر است.

۲۵. (ه) چهار محور تقارن در شکل نشان داده شده و خانه هایی که باید رنگ شوند تا شکل نسبت به هریک از این محورها تقارن داشته باشد، مشخص شده است:



۲۶. (ج) از پاسخ های (ب) و (ج) می فهمیم جمله ی درست «۷ سکه» بوده است، زیرا نمی شود که دستلا هم زمان هم «۴ الماس» داشته باشد و هم «۷ الماس». پس در پاسخ (الف)، جمله ی «۸ سکه» دروغ است و «۶ الماس» درست است.

$$6 + 7 = 13$$

۲۷. (د) از روی بطری های طبقه ی پایین، می فهمیم که ۴ بطری متوسط و ۶ بطری کوچک ۶۴ دسی لیتر هستند، پس ۲ بطری متوسط و ۳ بطری کوچک، نیمی از

آن، یعنی ۳۲ دسی لیتر هستند. اکنون به طبقه‌ی وسط نگاه کنید؛ ۲ بطری بزرگ باید ۳۲ دسی لیتر باشد تا با باقی بطری‌ها روی هم بشوند ۶۴ دسی لیتر. پس یک بطری بزرگ، ۱۶ دسی لیتر است. با این اطلاعات، از روی طبقه‌ی بالا می‌فهمیم که هر بطری کوچک، ۴ دسی لیتر است؛ زیرا

$$64 - (16 \times 3) = 16$$

$$16 \div 4 = 4$$

اکنون با دانستن گنجایش بطری کوچک و بزرگ، با استفاده از طبقه‌ی وسط یا پایین، گنجایش بطری متوسط به دست می‌آید:

$$64 - (6 \times 4) = 40$$

$$40 \div 4 = 10$$

۲۸. (ب) هر قطر روی هر وجه، ۷ مربع دارد، پس در هر وجه $13 = 7 + 7 - 1$ مربع خط قرمز دارد. (مربع وسط در هر دو قطر مشترک است.) پس روی هر شش وجه، $78 = 6 \times 13$ مربع هست که خط قرمز دارند. متناهی مربع‌هایی که در گوشه‌ها هستند هر سه در یک مکعب گوشه‌ای قرار دارند، پس $62 = 6 \times 13 - 2 \times 8$ مکعب هستند که رویشان دست‌کم یک خط قرمز کشیده شده است.

۲۹. (ب) مجموع اعداد ۱ تا ۱۰، برابر است با $55 = 1 + 2 + 3 + \dots + 9 + 10$ ؛ و اختلاف حاصل جمع واقعی کارت‌ها با عددهای اعلام شده برابر $19 = 55 - 36$ است. اگر کسی که نمره‌اش ۱۰ است دروغ بگوید، بیشترین اختلاف حاصل جمع واقعی کارت‌ها با اعداد اعلام شده، $9 = 10 - 1$ است. اگر کسی که نمره‌اش ۹ است هم دروغ بگوید، بیشترین اختلاف حاصل جمع واقعی با عددهای

اعلام شده $(۸ = ۹ - ۱)$ ، $۸ + ۹ = ۱۷$ خواهد بود. پس دست کم یک نفر دیگر هم باید دروغ گفته باشد که اختلاف بین حاصل جمع واقعی اعداد و عددهای اعلام شده، ۱۹ بشود.

۳۰. (ه) جای کارت (ج) که مشخص است:

	●	▲				
	★	□	□			
→ کارت (ج)	★	□	□			
	▲	●				

کارت های الف، ب، د و ه، باید در خانه ی وسط قرار گیرند زیرا تنها خانه ای که گوشه ی سمت چپ بالای آن باید مربع باشد، این خانه است. با گذاشتن کارت (ه)، ادامه ی چیدن امکان پذیر نیست.