

راه حل مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۲۰

راه حل مسئله‌های سه امتیازی

۱. (ه) به شکل‌های اطراف جای خالی و ترتیب قرارگرفتن آن‌ها توجه کنید.
۲. (ه) آمنه در جایی، بین دو شهر، علامت را می‌بیند. پس مجموع فاصله‌های آمنه تا شهرهای (آ) و (ب)، باید به اندازه‌ی ثابت (درواقع به اندازه‌ی فاصله‌ی بین این دو شهر) باشد. در گزینه‌های (الف) تا (د)، مجموع این فاصله‌ها، ۱۱ کیلومتر است و تنها در گزینه‌ی (ه) این مجموع، ۱۳ کیلومتر است. پس اطلاعات روی آن غلط است.
۳. (د) یا شکل را برای خودتان رسم کنید، یا تجسم کنید.
۴. (ب)

$$24 \div 6 = 4$$

$$4 \times 2 = 8 \quad \text{تعداد تخم مرغ‌های لازم}$$

چون در هر بسته، ۶ تخم مرغ جا می‌شود، پس برای ۸ تخم مرغ، باید ۲ بسته بخرد.

۵. (ه) یا شکل را برای خودتان رسم کنید، یا تجسم کنید.

۶. (ج) همه‌ی حالت‌ها را بررسی می‌کنیم:

(الف) زنجیری به طول ۱۰ را با دو تا زنجیر ۵ تایی می‌سازد.

(ب) زنجیری به طول ۱۲ را با یک زنجیر ۷ تایی و یک زنجیر ۵ تایی می‌سازد.

(ج) زنجیری به طول ۱۳ را با هیچ ترکیبی از زنجیر ۵ تایی و ۷ تایی نمی‌تواند

بسازد، زیرا

$$۵ + ۵ = ۱۰ < ۱۳$$

$$۵ + ۷ = ۱۲ < ۱۳$$

$$۷ + ۷ = ۱۴ > ۱۳$$

$$۵ + ۵ + ۵ = ۱۵ > ۱۳$$

(د) زنجیری به طول ۱۴ را با دو زنجیر ۷ تایی می‌سازد.

(ه) زنجیری به طول ۱۵ را با سه زنجیر ۵ تایی می‌سازد.

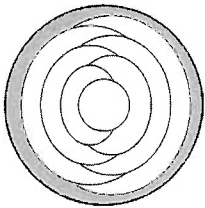
۷. (الف) با آزمایش و خطا، باید ۲۲ تکه را به دسته‌های ۵ تایی و دسته‌های تکی

تقسیم کنیم طوری که تعداد دسته‌های ۵ تایی و دسته‌های تکی روی هم، همان

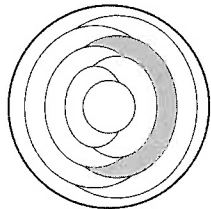
۱۰ برگ کاغذ اولیه بشود.

تعداد دسته‌های ۵ تایی	تعداد دسته‌های تکی	مجموع تعداد دسته‌ها
۱	$۲۲ - ۵ = ۱۷$	$۱ + ۱۷ = ۱۸$ ✗
۲	$۲۲ - (۲ \times ۵) = ۱۲$	$۲ + ۱۲ = ۱۴$ ✗
۳	$۲۲ - (۳ \times ۵) = ۷$	$۳ + ۷ = ۱۰$ ✓

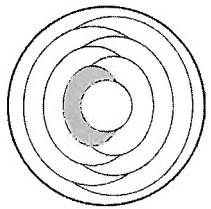
پس مریم ۳ تا از برگه‌ها را تکه کرده است.



۸. (ب) وقتی ناحیه‌ی بیرونی را آبی‌رنگ کند، دو ناحیه‌ی لایه‌ی بعدی را باید به دو رنگ متفاوت، یکی قرمز و یکی زرد رنگ کند (و استدلال از این به بعد به این‌که کدام قرمز و کدام زرد است بستگی ندارد).



در لایه‌ی بعد آن، قسمتی که در شکل روبه‌رو مشخص شده، باید آبی باشد زیرا با هر دو ناحیه‌ی لایه‌ی قبل، همسایه است.



باز لایه‌ی بعدی با دو رنگ قرمز و زرد به‌صورت مناسبی رنگ می‌شود. یکی از ناحیه‌های لایه‌ی بعدی که با هر دو ناحیه‌ی لایه‌ی قبل همسایه است، به ناچار آبی می‌شود. پس کلاً ۳ ناحیه آبی‌رنگ می‌شود.

۹. (ج) در کل $1 + 4 + 6 + 9 = 20$ سیب داریم. برای این‌که تعداد سیب‌های هر سبد با هم برابر باشد، باید در هر سبد $20 \div 4 = 5$ سیب باشد. پس باید از سبدهای ۶ و ۹ تایی روی هم ۵ تا سیب برداریم ($6 + 9 = 15$) و به سبدهای ۱ و ۴ تایی روی هم ۵ سیب اضافه کنیم ($1 + 4 = 5$). پس کلاً ۵ سیب جابه‌جا می‌شود.

۱۰. (ه) هر سه واحد که سگ می‌رود، یک واحد گریه می‌رود. توجه کنید شکل مسیر طوری است که وقتی سگ روی پاره‌خط‌هایی که قطر مربع‌ها هستند حرکت می‌کند (یعنی مسیر از B تا E)، گریه نیز روی قطر FE حرکت می‌کند و در E به هم می‌رسند.

راه حل مسئله‌های چهار امتیازی

۱۱. الف) تنها قطری که عددهای دوسر آن معلوم است، قطری است که ۵ و ۱۰ در دو طرف آن هستند. پس می‌توانیم ابتدا، خانه‌های روبه‌روی ۹ و ۱ را پیدا کنیم:

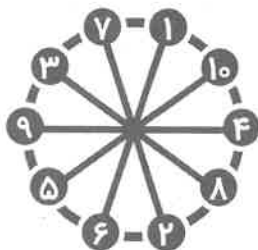
$$۹ + ۵ = ۱۴ = ۱۰ + ۴.$$

$$۱ + ۱۰ = ۱۱ = ۵ + ۶.$$

حالا می‌توانیم خانه‌ی روبه‌روی ۲ را بیابیم:

$$۲ + ۶ = ۸ = ۱ + ۷.$$

و اکنون از عددهای ۱ تا ۱۰، تنها ۳ و ۸ مانده‌اند که جای درست آن‌ها براساس خانه‌های کناری‌شان و مجموع عددهای همسایه‌ی هم، معلوم می‌شود.



۱۲. ه) خفاش ساعت 02:02 صبح برگشته است (20:20 را پشت‌ورو کنید)، که از 20:20، یعنی ۸ و بیست دقیقه‌ی شب تا ۲ و ۲ دقیقه‌ی صبح روز بعد، ۵ ساعت و ۴۲ دقیقه فاصله است.

۱۳. الف) آن جمله «من راست می‌گویم» است که پری، درست می‌گوید و جن، نادرست می‌گوید. بگذارید سایر جمله‌ها را نیز بررسی کنیم:
«تو راست می‌گویی.» اگر جن آن را بگوید، درست گفته در حالی که جن همیشه دروغ می‌گوید. همین‌طور اگر پری آن را بگوید، نادرست گفته، در حالی که پری همیشه راست می‌گوید.

«ما هر دو راست می‌گوییم». اگر جن آن را بگوید، نادرست گفته و مشکلی نیست، ولی اگر پری آن را بگوید، نادرست گفته، در حالی که پری همیشه باید راست بگوید.

«من همیشه دروغ می‌گویم.» مانند جمله‌ی «تو راست می‌گویی» است. خودتان تحلیل کنید چرا نه جن می‌تواند آن را گفته باشد و نه پری. «یکی و فقط یکی از ما راست می‌گوید.» اگر جن آن را بگوید، درست گفته در حالی که جن باید همیشه دروغ بگوید. البته اگر پری آن را بگوید، چون راست گفته، مشکلی نیست. ولی جن نمی‌تواند آن را بگوید.

۱۴. (ب) با تجسم فضایی، تعداد مکعب‌های سفید و خاکستری و سیاه هر شکل را می‌شماریم. توجه کنید که آنچه ما می‌بینیم، کمترین تعداد ممکن برای هر رنگ است، زیرا نمی‌دانیم مکعب‌هایی که نمی‌بینیم، چه رنگی هستند.
- (الف) دست‌کم ۱۰ مکعب خاکستری دارد، پس نمی‌توان آن را ساخت.
- (ب) ۹ مکعب خاکستری دیده می‌شود و ۱۰ مکعب سفید. باقی مکعب‌ها می‌توانند سیاه باشند، پس می‌توان آن را ساخت.
- (ج) دست‌کم ۱۱ مکعب سفید دارد، پس نمی‌توان آن را ساخت.
- (د) دست‌کم ۹ مکعب سیاه دارد، پس نمی‌توان آن را ساخت.
- (ه) دست‌کم ۱۰ مکعب خاکستری دارد، پس نمی‌توان آن را ساخت.

۱۵. (ج) بیاید قطعه‌های هر مسیر را به تفکیک بررسی کنیم و سپس آن‌ها را با هم مقایسه کنیم:
- گزینه‌ی (الف): ۲ تا ربع دایره‌ی بزرگ، ۲ تا ربع دایره‌ی متوسط، ۲ تا ربع دایره‌ی کوچک، ۵ پاره‌خط
- گزینه‌ی (ب): ۲ تا ربع دایره‌ی بزرگ، ۲ تا ربع دایره‌ی متوسط، اربع دایره‌ی کوچک، ۵ پاره‌خط

گزینه‌ی (ج): اربع دایره‌ی بزرگ، ۲ تا ربع دایره‌ی متوسط، ۲ تا ربع دایره‌ی کوچک، ۵ پاره‌خط

گزینه‌ی (د): ۲ تا ربع دایره‌ی بزرگ، ۲ تا ربع دایره‌ی متوسط، ۲ تا ربع دایره‌ی کوچک، ۵ پاره‌خط

گزینه‌ی (ه): ۲ تا ربع دایره‌ی بزرگ، ۲ تا ربع دایره‌ی متوسط، اربع دایره‌ی کوچک، ۵ پاره‌خط

پس (ه) و (ب) هم‌اندازه‌اند، (الف) و (د) هم، هم‌اندازه و از همه بلندتر و (ج) از همه کوتاه‌تر است. [توجه کنید که شعاع دایره‌ی بزرگ، سه‌برابر شعاع دایره‌ی کوچک است، بنابراین محیط دایره‌ی بزرگ نیز سه برابر محیط دایره‌ی کوچک است و ۲ تا ربع دایره‌ی کوچک، $\frac{2}{3}$ طول یک ربع دایره‌ی بزرگ هستند، پس از آن کوتاه‌ترند.]

$$۱۶. (ج) مجموع سن سه بچه کانگورو: $۳۳ = ۴ + ۶ + ۱۳$$$

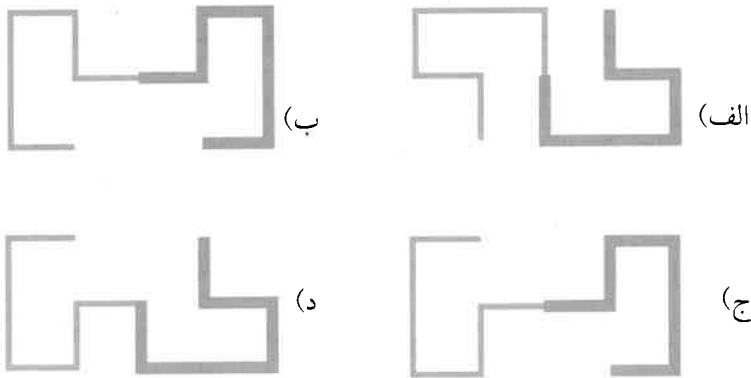
$$\text{اختلاف رأی سه بچه با رأی پدر: } ۱۳ = ۲۳ - ۳۶$$

هریک سال که می‌گذرد، به سن پدر یک سال افزوده می‌شود ولی به مجموع سن سه فرزند، سه سال افزوده می‌شود. پس هر سال، ۲ اختلاف رأی کم می‌شود.

برای این‌که ۱۳ اختلاف رأی فعلی کامل از بین برود، دست‌کم ۷ سال لازم است:

$$۷ \times ۲ = ۱۴ > ۱۳, \quad ۶ \times ۲ = ۱۲ < ۱۳$$

۱۷. (ه) در شکل‌های صفحه‌ی بعد می‌بینید که هریک از گزینه‌های (الف) تا (د) چگونه با دو تکه سیم ساخته می‌شود:



۱۸. (د) از روی تصویر سمت راست معلوم می‌شود که در تصویر چپ، سنگ در زیر مکعب قرار گرفته، پس تصویر سنگ روبه‌روی موش قرار دارد.

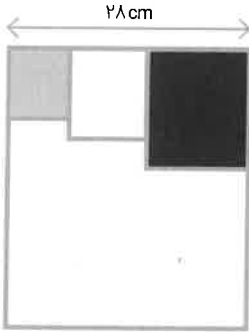
۱۹. (ب) ارژنگ و ارسلان و اردوان هریک ۴ دوست دارند، پس شماره‌های ۱ و ۳ و ۴ هستند. ارژنگ و ارسلان هر دو دوست پشنگ هستند و پشنگ دوست دیگری ندارد. پس شماره‌ی ۵، پشنگ است که به عدد ۱ و ۴ متصل است. پس اردوان شماره‌ی ۳ است.

۲۰. (الف) وقتی ارتفاع مایع‌ها متفاوت است، یعنی سطح مقطع (یا نمای از بالای) ظرف‌ها متفاوت بوده است. ظرفی که مایع در آن تا ارتفاع بیشتری بالا رفته، سطح مقطع کمتری دارد. پس گزینه‌ی (الف) درست است.

راه‌حل مسئله‌های پنج امتیازی

۲۱. (ب) با توجه به رنگ‌آمیزی یال‌ها، شکل را از بالا تصور کنید.

۲۲. (ه) ضلع مربع بزرگ، از مجموع اضلاع مربع‌های داخل آن تشکیل شده است.



ضلع مربع خاکستری $6 = 22 - 28$ سانتی‌متر

است و ضلع مربع سیاه، $13 = 28 - 15$

سانتی‌متر است. پس ضلع مربع سفید،

$9 = 28 - (13 + 6)$ سانتی‌متر است. پس

به‌جای علامت سؤال، مقدار $19 = 28 - 9$

را باید نوشت.

۲۳. (ب) حرکت اول: یک دایره‌ی سفید و دو دایره‌ی خاکستری را برمی‌گردانیم،

تا در مجموع سه دایره‌ی خاکستری بماند:



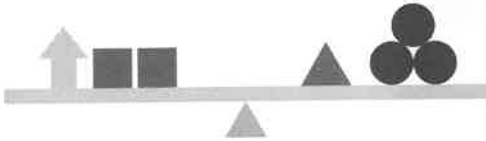
حرکت دوم: سه دایره‌ی خاکستری را برمی‌گردانیم تا همه سفید شوند.



۲۴. (ج) ابتدا دو تا ترازوی سمت راست را روی هم می‌ریزیم:



حال تصاویر یکسان دوطرف را برمی داریم:



پس گزینه‌ی (ج) درست است.

۲۵. (د) با توجه به تعداد بستنی‌ها و تعداد تزئینات:

شکلات فقط روی بستنی وانیلی قرار دارد،

ویفر روی بستنی‌های وانیلی و شکلاتی قرار دارد،

گیلاس روی بستنی‌های وانیلی و شکلاتی و لیمویی قرار دارد،

و چتر روی هر ۴ نوع بستنی قرار دارد.

پس بستنی لیمویی با ویفر نداریم.

۲۶. (د) بیشترین تعداد وقتی اتفاق می‌افتد که رقم وسط خیلی بزرگ‌تر از

رقم‌های کناری باشد تا مجموع رقم‌های کناری با افزایش رقم یکان، خیلی

دیر به رقم وسط برسد. پس باید رقم وسط ۹ باشد و رقم‌های کناری از ۰ و

۱ شروع بشوند تا بیشترین تعداد را داشته باشیم:

۱۹۰ ۱۹۱ ۱۹۲ ۱۹۳ ۱۹۴ ۱۹۵ ۱۹۶ ۱۹۷

که ۸ تا هستند.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6} \quad \text{۲۷. (ب)}$$

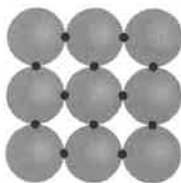
$$\frac{6}{6} - \frac{5}{6} = \frac{1}{6} \quad \text{کسری از بازی‌ها که مساوی شده بود:}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{\square} \Rightarrow \square = 12 = \text{کل تعداد بازی که انجام داده بود:}$$

$$15 - 12 = 3 \quad \text{۳ بازی دیگر باید انجام بدهد.}$$

۲۸. (الف) با تجسم لایه‌های تا شده، پاسخ را به دست می‌آورید.

۲۹. (ه) در لایه‌ی زیر: $6+6$ چسب



در لایه‌ی بعدی: $2+2$ چسب



در اتصال هرگویی لایه‌ی ۲ به لایه‌ی زیرین ۴ جای چسب داریم، پس
 $4 \times 4 = 16$ چسب در این اتصال داریم.

در اتصال آخرین گوی نیز ۴ جای چسب به لایه‌ی دوم داریم. پس در مجموع

$$12 + 4 + 16 + 4 = 36$$

جای چسب داریم.

۳۰. (ب) مسیر حرکت در شکل مشخص شده است. پس باید وقتی به جزیره‌ی سیاه رسید، به سمت شرق برود:

