

راه حل مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۹

راه حل مسئله‌های سه امتیازی

۱. (ب) از روی شکل گوش‌ها و نوع مثلث بینی گربه، مشخص می‌شود کدام نقاشی ممکن است نقاشی کارن باشد.

۲. (ج) مقدار هر گزینه چنین است:

$$\text{گزینه‌ی (الف)} \quad 5 + 1 = 6$$

$$\text{گزینه‌ی (ب)} \quad 2 \times 5 + 1 = 11$$

$$\text{گزینه‌ی (ج)} \quad 3 \times 5 + 2 = 17$$

$$\text{گزینه‌ی (د)} \quad 3 \times 5 + 4 = 19$$

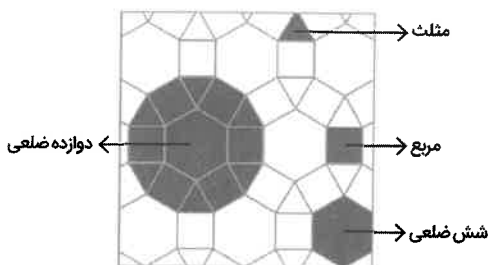
$$\text{گزینه‌ی (ه)} \quad 2 \times 5 + 2 = 12$$

۳. (ج) در ساعت 20، دقیقه‌ی 9 وجود ندارد، بنابراین ساعت بعدی 1 است که در دقیقه‌ی 09 آن، این ارقام استفاده می‌شوند.

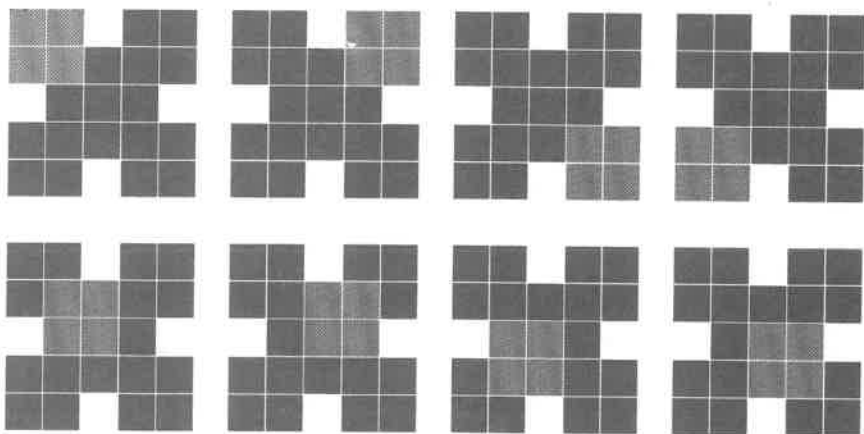
۴. (ه) تعداد همه‌ی بچه‌ها، $12 + 14 = 26$ نفر است. نصف آن‌ها $26 \div 2 = 13$ نفر است. اگر در بدترین حالت، همه‌ی ۱۲ پسر به این گردش رفته باشند، حداقل ۱ دختر به گردش رفته است.

۵. (ه) زیرا در چهار تصویر دیگر، وجه‌هایی کنار هم هستند که مجموع خال‌های روی آن‌ها ۷ می‌شود.

۶. (د)



۷. (د) تمام حالت‌های ممکن را در شکل‌های زیر می‌بینید:



۸. (ج) حاصل جمع سه عدد فرد، نمی‌تواند زوج باشد.

۹. (ب) سن هر کانگورو ۲ سال بزرگ تر شده و تعداد ۲ سالها در اختلاف ۶۰ و ۳۶، نشان دهنده ی تعداد کانگوروهاست.

$$60 - 36 = 24$$

$$24 \div 2 = 12$$

۱۰. (الف) سطح جانبی هر شکل را با شمردن تعداد مربعهای دورتادور شکل حساب کنید (به تجسم فضایی نیاز دارید).

راه حل مسئله های چهار امتیازی

۱۱. (ج)

$$\begin{array}{r} 243 \\ 107 \\ + 026 \\ \hline 376 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 826 \\ - 376 \\ \hline 450 \end{array}$$

پس رقم صدگان کارت زیرین، ۴ و رقم دهگان کارت وسطی، ۵ بوده است.

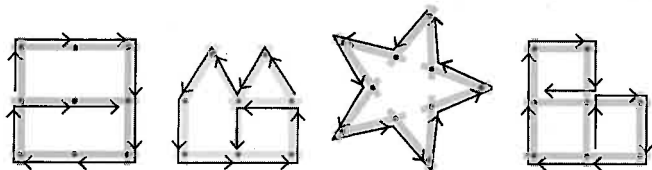
۱۲. (ج) با حدس و آزمایش جواب را پیدا می کنیم:

اگر هر ۹ روز گرسنه باشد، $9 \times 10 = 90$ عنکبوت خورده است که خیلی بیشتر از ۶۰ عنکبوت است.

اگر ۶ روز گرسنه باشد، $6 \times 10 = 60$ عنکبوت خورده است و دیگر بقیه ی روزها نمی تواند عنکبوتی خورده باشد. درحالی که ۳ روز عادی داشته و باید $15 = 3 \times 5$ عنکبوت دیگر هم خورده باشد.

اگر ۳ روز گرسنه باشد، $3 \times 10 = 30$ عنکبوت خورده و در ۶ روز عادی بقیه، $30 = 6 \times 5$ عنکبوت خورده که روی هم می شود ۶۰ تا.

۱۳. (ج) در هر تصویر ببینید چگونه شکل‌ها را می‌سازد:



در این شکل‌ها، یا هیچ نقطه‌ای نیست که سه تا چوب به آن وصل باشد، یا دقیقاً دوتا از این نقطه‌ها هست که شروع و پایان ساخت هستند. ولی در شکل (ج) بیشتر از دوتا نقطه هست که سه قطعه چوب به آن وصل شده و بنابراین ساختن آن امکان‌پذیر نیست.

۱۴. (ب) مساحت بخش سیاه را در هر شکل به صورت کسری از کل مربع می‌نویسیم:

$$\text{مساحت (الف): } \frac{1}{2} \quad \text{مساحت (ب): } \frac{5}{9}$$

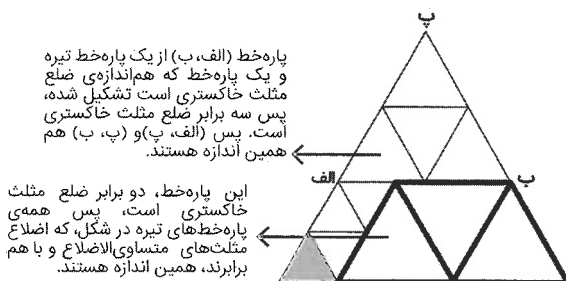
$$\text{مساحت (ج): } \frac{1}{2} \quad \text{مساحت (د): } \frac{13}{25}$$

$$\text{مساحت (ه): } \frac{1}{2}$$

و کسر $\frac{5}{9}$ از کسر $\frac{13}{25}$ بزرگ‌تر است.

۱۵. (الف) مثلث بزرگ هم متساوی‌الاضلاع بوده و هر ضلع آن، ۵ برابر ضلع

مثلث خاکستری کوچک است:

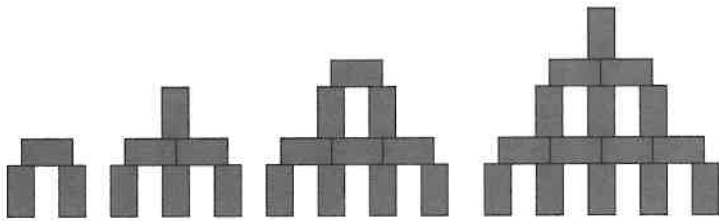


بنابراین محیط آن برابر است با: $۱۵ = ۳ \times ۵$.

۱۶. (ج) چون کلاً 3^0 حیوان در باغ هستند، بعد از جادوگری، از هر کدام 1^0 تا در باغ هست. تعداد سگ‌ها، ۶ تا کمتر از تعداد اصلی‌اش است، تعداد گربه‌ها $1 = 5 - 6$ بیشتر از تعداد اصلی‌اش و تعداد موش‌ها ۵ تا بیشتر از تعداد اصلی‌اش.

پس $5 = 5 - 1^0$ موش و $9 = 1 - 1^0$ گربه و $16 = 6 + 1^0$ سگ از اول در باغ بوده‌اند.

۱۷. (ب) برای حل این مسئله هم می‌توانید شکل بکشید، هم می‌توانید الگوی آن را پیدا کنید:



از سمت چپ، ارتفاع اولین سازه ۳ است و با ۳ بلوک ساخته شده است.

ارتفاع دومین سازه ۵ است (۲ واحد اضافه شده) و ۶ بلوک دارد.

ارتفاع سومین سازه ۶ است (یک واحد اضافه شده) و ۱۰ بلوک دارد.

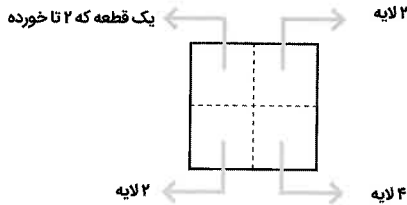
ارتفاع سومین سازه ۸ است (۲ واحد اضافه شده) و ۱۵ بلوک دارد.

پس ارتفاع سازه‌ی بعدی ۹ است (۱ واحد اضافه می‌شود) و $21 = 15 + 6$ بلوک دارد.

و ارتفاع بعدی ۱۱ است (۲ واحد اضافه می‌شود) و $28 = 21 + 7$ بلوک دارد.

۱۸. (ج) اگر تجسم قوی ندارید، آزمایش کنید. ولی سعی کنید تجسم کنید:

$$1 + 2 + 2 + 4 = 9 \text{ قطعه}$$



۱۹. (الف) از آنجا که بابک کلاه ندارد، پس طبق جمله‌ی «اگر بابک کلاه نداشته باشد، پدرام کلاه دارد»، پدرام حتماً کلاه دارد. و باز طبق جمله‌ی «اگر اردشیر کلاه نداشته باشد، بابک کلاه دارد»، اردشیر کلاه داشته است که بابک بی‌کلاه بوده است. پس هم اردشیر و هم پدرام کلاه داشته‌اند.

۲۰. (د) باید گسترده‌های مکعب را در ذهن‌تان ببینید و ببینید کدام ضلع‌ها به هم می‌چسبند تا مکعب درست شود و انتهای خطوط رسم شده آیا به هم متصل می‌شوند یا خیر.

راه حل مسئله‌های پنج امتیازی

۲۱. (ج) از عددهای روی وجه‌ها، ۵، ۱۰ و ۱۵ دیده می‌شوند. $10 = 2 \times 5$ و $15 = 3 \times 5$ ، پس برای این‌که حاصل ضرب وجه‌های روبه‌رو با هم برابر باشند، در وجه روبه‌روی ۱۵، باید عددی باشد که عامل ۲ داشته باشد، در وجه روبه‌روی ۱۰ باید عددی باشد که عامل ۳ داشته باشد و در وجه مقابل ۵ باید عددی باشد که عامل $6 = 2 \times 3$ داشته باشد. کمترین مقدار ممکن وجه‌ها همین ۲ و ۳ و ۶ است، پس کمترین حاصل جمع ممکن عبارت است از:

$$2 + 3 + 6 + 5 + 10 + 15 = 41$$

۲۲. (ه) از شکل پایینی معلوم است که وزن دوتا سیاه و یک سفید روی هم ۳۰ گرم است:



اما در شکل بالایی، وزن دو تا سیاه داده شده است:

$$\bigcirc \bigcirc \boxed{6g} \bigcirc = \boxed{30g}$$

پس وزن سه تا سفید $24 = 30 - 6$ گرم است.

بنابراین وزن یک سفید $8 = 24 \div 3$ گرم است.

باز از شکل بالایی، وزن دو تا سیاه برابر با $22 = 8 + 8 + 6$ و بنابراین

وزن یک سیاه، $11 = 22 \div 2$ گرم است.

وزن همه مهره‌ها برابر است با: $90 = 66 + 24 = 6 \times 11 + 3 \times 8$ گرم.

۲۳. (د) با بقیه‌ی جمله‌ها سازگار نیست، زیرا طبق بقیه‌ی جمله‌ها، رضا ۵ فرزند دارد که سه دختر و دو پسر هستند.

۲۴. (ج) عدد دایره‌ی چهارم حتماً مضرب ۳ است و اگر ۲ تا به آن اضافه شود، مضرب ۳ نیست و اگر دو برابر شود باز هم مضرب ۳ نیست.

از عددهای دایره‌های اول، دوم و سوم حتماً یکی مضرب ۳ است، زیرا سه عدد پشت سر هم هستند.

۲۵. (ب) باید تصور کنید که رنگ‌های وجه‌های کنار هم به چه صورت نمی‌توانند باشند.

۲۶. (ب) در هر عکس به جز الناز ۴ نفر دیگر از دخترعموها هستند.

۲۷. (د) برج کامل به صورت زیر بوده است.



$$۵ = \text{بالاترین قوطی} \Rightarrow \square + \underbrace{۳ + ۲ + ۸ + ۳ + ۴}_{۲۰} = ۲۵ = \text{امتیاز ژاله}$$

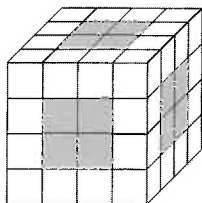
$$۲۶ = \text{امتیاز واله} = ۵ + ۹ + ۴ + ۸$$

۲۸. (الف) با توجه به شکل $۶۶:۳۳$ ، قطعه‌های ۵ خراب نیستند، پس قطعه‌های ۱ خراب هستند. حالا باید ببینیم ساعت این لحظه، چه ساعتی است؟ اگر این دو قطعه را در هم‌ی رقم‌ها روشن کنیم، به صورت زیر می‌شود:



پس ساعت واقعی این لحظه $۴۷ : ۲۳$ بوده است. بعد از سه ساعت و چهل و پنج دقیقه، ساعت $۳۲ : ۳$ صبح است و باید به صورت $۳۳:۳۳$ باشد که اگر قطعه‌های خراب را خاموش کنیم، می‌شود $۳۳:۳۳$.

۲۹. (د) مکعب‌های سفید را نخست در گوشه‌ها چید (۸ گوشه) و سپس در قسمت بین دو وجه (۲۴ مکعب). به این ترتیب از کل ۶×۱۶ مربع سطح جانبی، ۶×۴ مربع سیاه دیده می‌شوند و ۱۲×۶ مربع سفید است. نسبت مربع‌های سفید به کل مربع‌ها $\frac{۳}{۴} = \frac{۶ \times ۱۲}{۶ \times ۱۶}$ است.



۳۰. (ج) دستگاه اول، یک سکه‌ی سفید می‌گیرد و چهار سکه‌ی قرمز می‌دهد. پس در واقع از تعداد سکه‌های سفید یکی کم می‌کند و به تعداد سکه‌های قرمز ۴ تا اضافه می‌کند و در کل هم ۳ تا به تعداد سکه‌های موجود اضافه می‌کند. به همین ترتیب دستگاه دوم یک سکه‌ی قرمز می‌گیرد و سه سکه‌ی سفید می‌دهد. سپس از تعداد سکه‌های قرمز یکی کم می‌کند، به تعداد سکه‌های سفید ۳ تا اضافه می‌کند و در کل ۲ تا به تعداد سکه‌های موجود اضافه می‌کند. برای این‌که ۴ سکه به ۳۱ سکه برسد، باید $۳۱ - ۴ = ۲۷$ سکه به آن اضافه شود. برای این‌که ببینیم از هر دستگاه چند بار استفاده شده تا بفهمیم چند تا از مهره‌ها قرمز هستند، باید ببینیم چه مضربی از ۳ و چه مضربی از ۲، مجموعشان می‌شود ۲۷. یعنی چنین عبارتی را با عددهای درست تکمیل کنیم:

$$۴ + (\square \times ۳) + (\bigcirc \times ۲) = ۳۱$$

یا

$$(\square \times ۳) + (\bigcirc \times ۲) = ۳۱ - ۴ = ۲۷$$

با حدس و خطا، عددهایی را به جای \square و \bigcirc می‌گذاریم. می‌توانید ببینید که $۲۷ = ۲ \times ۶ + ۳ \times ۵$. پس از دستگاه اول ۵ بار استفاده شده و $۲۰ = ۴ \times ۵$ تا به تعداد سکه‌های قرمز افزوده شده، از طرفی از دستگاه دوم هم ۶ بار استفاده شده، پس $۶ = ۱ \times ۶$ تا از سکه‌های قرمز کاسته شده است. پس در مجموع $۱۴ = ۲۰ - ۶$ تا سکه‌ی قرمز به سکه‌ها اضافه شده که چون از ابتدا هیچ سکه‌ی قرمزی نداشتیم، تعداد سکه‌های قرمز پس از این ۱۱ بار استفاده از دستگاه‌ها، همان ۱۴ سکه خواهد بود.