

# راه حل مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۸

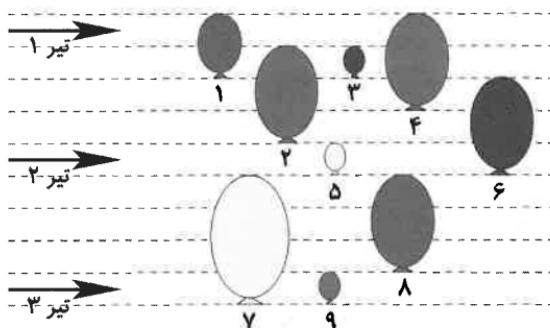
راه حل مسئله‌های سه امتیازی

۱. (الف) تیر ۱، بادکنک‌های ۱ و ۴،

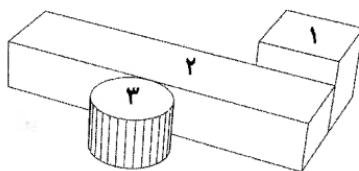
تیر ۲، بادکنک‌های ۵ و ۶ و

تیر ۳، بادکنک‌های ۷ و ۹ را می‌ترکاند.

بادکنک‌های ۲، ۳ و ۸ نمی‌ترکند.

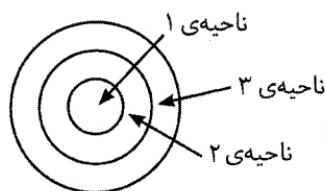


(ج) . ۲



اگر از بالا نگاه کند، از هر قطعه فقط وجه بالایی آن را می‌بیند. از قطعه‌ی ①، مربع را می‌بیند، از قطعه‌ی ② مستطیل و از قطعه‌ی ③، دایره. اگر قطعه‌ی ③ را در پایین قطعه‌ی ② و در وسط آن بینیم، قطعه‌ی ① را در سمت راست و بالای قطعه‌ی ② خواهیم دید.

(ب) . ۳



امتیاز هر تیری که به ناحیه‌ی ۲ برخورد کند:  $14 \div 2 = 7$

امتیاز هر تیری که به ناحیه‌ی ۱ برخورد کند:  $16 - 7 = 9$

امتیاز دانا در شکل سمت راست:  $9 \times 2 = 18$

۴. (ب) محیط باغ برابر است با  $24 = (2 + 10) \times 2$  ( واحد طول را یک ضلع مربع‌های کوچک در نظر می‌گیریم). با توجه به جدول تناسب زیر

حلزون کندره	→	8
حلزون تندرو	→	16
3	24	×

حلزون کندرو در جهت حرکتش، ۸ ضلع مربع کوچک و حلزون تندرو در جهت حرکتش، ۱۶ ضلع مربع کوچک را طی می‌کند. بنابراین در نقطه‌ی  $B$  به هم می‌رسند.

(2) .5

$$\begin{array}{r} \square - 1 \\ \square \\ \hline \end{array}$$

۱۳- ○، بنابراین  $\Delta = \square$ . با توجه به تفریق مرتبه‌ی دهگان،  $\square = ۵$  و  $\square - ۱ = ۴$ . در نتیجه  $\square - ۲ = ۲$ .

$$\bigcirc + \square = \Delta + \diamond = 13$$

(٥) ضلع مربع و هر یک از مثلث‌ها  $= 9 = \frac{4}{36}$  سانتی‌متر است. محیط ستاره از  $= 8 \times 2 = 4$  ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع تشکیل شده است؛ بنابراین محیط ستاره  $= 9 \times 8 = 72$  سانتی‌متر مربع است.

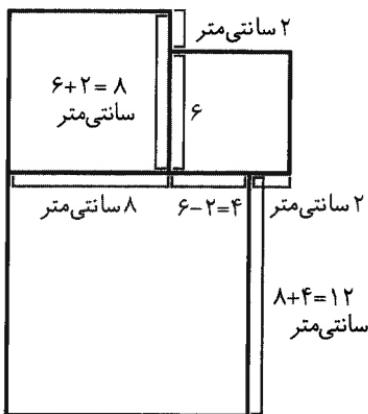
۷. (د) با توجه به جدول تقویمی، زیرا:

شنبه	یک شنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنج شنبه	جمعه
۱۲	۸	۷	۹	۱۰	۱۱	۵

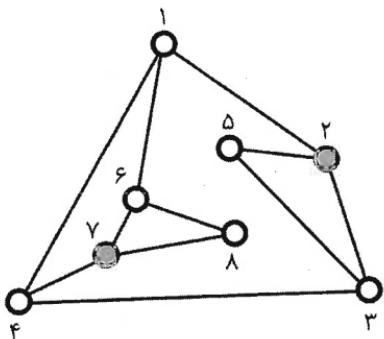
تاریخ‌های ۱۲۵، ۱۸ = ۷ - ۱۱، ۱۲۵ - ۷ = ۱۱۸ - ۷ = ۱۱۱ و ۴ - ۷ = ۷ - ۱۱ ام همگی در یک روز هفته هستند. بنابراین ۱۲۵ ام این ماه روز پنج شنبه است.

۸. (ج) در بدترین حالت، در پرتاب‌های اول تا ششم ۶ عدد مختلف، ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ و ۶ ظاهر می‌شوند. در پرتاب هفتم، یکی از این عددها دوباره ظاهر می‌شود. بنابراین دست‌کم ۷ پرتاب لازم است تا مطمئن شویم که یک نتیجه دوباره تکرار شده است.

۹. (ج)



۱۰. (الف) چراغ‌ها را به صورت زیر شماره‌گذاری می‌کنیم.



اگر چراغ ۷ را لمس کنیم، چراغ‌های ۶، ۸ و ۴ روشن می‌شوند. اگر چراغ ۲ را لمس کنیم، چراغ‌های ۳، ۵ و ۱ هم روشن می‌شوند.

## راه حل مسئله‌های چهار امتیازی

(۱۱. ه)

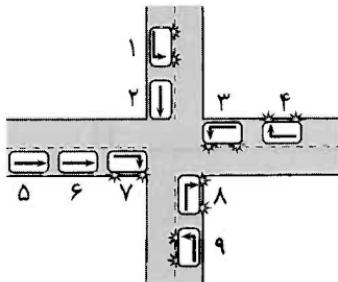
$$\frac{\text{مساحت قسمت سیاه}}{\text{مساحت کل مربع}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{\text{مساحت قسمت سیاه}}{\text{مساحت کل مربع}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

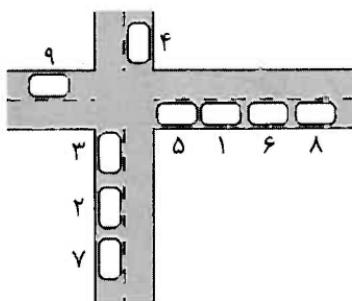
$$\frac{\text{مساحت قسمت سیاه}}{\text{مساحت کل مربع}} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{\text{مساحت قسمت سیاه}}{\text{مساحت کل مربع}} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

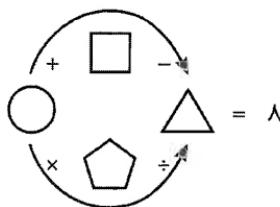
(۱۲. ب)



اگر ماشین‌ها را مطابق شکل بالا شماره‌گذاری کنیم، بعد از این‌که از تقاطع رد شدند، وضعیت آن‌ها به شکل زیر خواهد بود:



۱۳. (ه) لکه‌ها را با نمادهای زیر نمایش می‌دهیم.



$$\text{Circle} + \text{Square} - \text{Triangle} = 8 \quad \text{رابطه‌ی ①}$$

$$(\text{Circle} \times \text{Pentagon}) \div \text{Triangle} = 8 \quad \text{رابطه‌ی ②}$$

می‌دانیم بیشترین حاصل ضربی که با استفاده از دو عدد از مجموعه عددهای ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ می‌توان ساخت،  $5 \times 4 = 20$  است.

با توجه به رابطه‌ی ②، یکی از حالت‌های زیر رخ می‌دهد:

$$\text{Circle} \times \text{Pentagon} = 8, \quad \text{Triangle} = 1 \quad \text{حالت اول:}$$

$$\text{Circle} \times \text{Pentagon} = 16, \quad \text{Triangle} = 2 \quad \text{حالت دوم:}$$

با توجه به عددهای داده شده، حالت دوم رخ نمی‌دهد. (چون برای ○ و

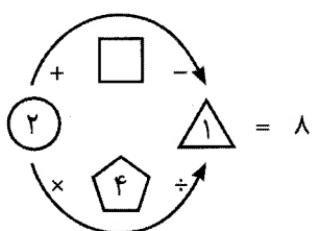
یکی از این انتخاب‌ها را داریم؛  $16 = 1 \times 16$  یا  $16 = 2 \times 8$  یا

$16 = 4 \times 4$ ). برای حالت اول هم دو حالت خواهیم داشت:

$$\text{Circle} = 2, \quad \text{Pentagon} = 4 \quad \text{حالت اول:}$$

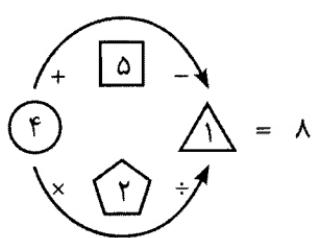
$$\text{Circle} = 4, \quad \text{Pentagon} = 2 \quad \text{حالت دوم:}$$

بررسی حالت اول:



با توجه به عدهای داده شده، انتخابی برای لکه‌ی باقی‌مانده نخواهیم داشت.

بررسی حالت دوم:



۱۴. (الف) با توجه به این‌که تنها جمله‌ی درست، این جمله است: «حاصل جمع دو و سه، پنج است»، دو جمله‌ی دیگر نادرست‌اند. با توجه به جمله‌ی روی در ۱ (شیر پشت این در نیست)، نتیجه می‌گیریم شیر پشت در ۱ است.

۱۵. (الف) هوشنگ توب را برای اردشیر می‌اندازد. اردشیر می‌تواند توب را هم برای اردوان و هم برای ارسلان بیندازد. اکنون هر دو حالت را بررسی می‌کنیم:  
حالت اول:

اردوان  $\xrightarrow{\text{پرتاب پنجم}} \boxed{\text{اردشیر}} \xrightarrow{\text{پرتاب چهارم}} \text{ارسلان} \xrightarrow{\text{پرتاب سوم}} \text{اردوان} \xrightarrow{\text{پرتاب دوم}} \boxed{\text{اردشیر}} \xrightarrow{\text{پرتاب اول}} \text{هوشنگ}$

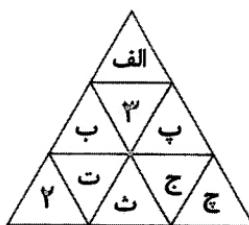
بنابراین پرتاب پنجم را «اردشیر» انجام داده است.

حالت دوم:

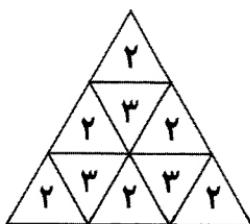
ارسلان  $\xrightarrow{\text{پرتاب پنجم}} \boxed{\text{اردشیر}} \xrightarrow{\text{پرتاب چهارم}} \text{اردنوان} \xrightarrow{\text{پرتاب سوم}} \text{ارسلان} \xrightarrow{\text{پرتاب دوم}} \boxed{\text{اردشیر}} \xrightarrow{\text{پرتاب اول}} \text{هوشنگ}$

در این حالت هم «اردشیر» پرتاب پنجم را انجام داده است.

(ج) ۱۶



خانه‌های خالی را مطابق شکل بالا نامگذاری می‌کنیم. می‌دانیم حاصل جمع عددهای هر دو مثلثی که ضلع مشترک دارند، برابر است. بنابراین  $3 + p = 3 + b$ . با این حساب،  $p = b = \text{الف}$ . از طرفی  $3 + b = t + b$ ، در نتیجه  $3 = t$ . بنابراین حاصل جمع عددهای هر دو مثلثی که یک ضلع مشترک دارند، برابر است با  $2 + 3 = 5$ . حال خانه‌های خالی را مطابق شکل زیر کامل می‌کنیم:



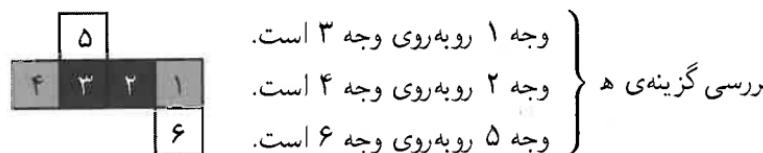
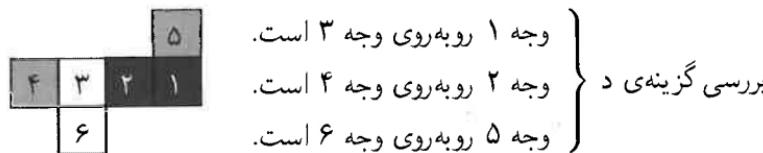
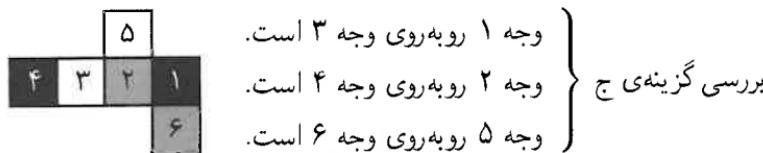
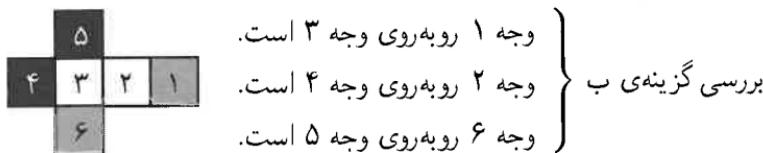
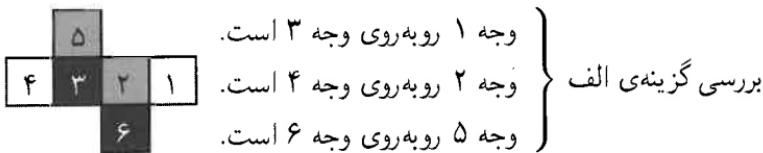
بنابراین حاصل جمع تمام این عددها برابر است با:

$$6 \times 2 + 3 \times 3 = 21$$

(ج) ۱۷

روز	تعداد افرادی که عکس را دیدند
دوشنبه	۵
سه شنبه	$5 + 5 \times 2 = 15$
چهارشنبه	$5 + 10 + 10 \times 2 = 35$
پنج شنبه	$5 + 10 + 20 + 20 \times 2 = 75$
جمعه	$5 + 10 + 20 + 40 + 40 \times 2 = 155 > 100$

(ه) ۱۸.



۱۹. (الف)  $D = 1$ . زیرا اگر  $C = A$  هر دو بزرگ‌ترین عدد یک رقمی هم باشند، بیش‌ترین حاصل جمع این دو عدد  $= 18 = 9 + 9$  خواهد بود. پس  $D$  هیچ‌گاه مقدارهای ۲ و بیش‌تر از آن را اختیار نمی‌کند. با توجه به حاصل جمع مرتبه‌های صدگان و مرتبه‌های یکان در حاصل جمع زیر داریم:

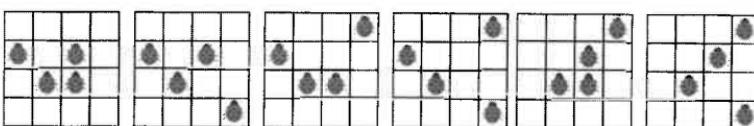
$$\begin{array}{r} & & \textcircled{1} \\ A & B & C \\ + & C & B & A \\ \hline D & D & D & D \end{array}$$

$$\begin{aligned} C + A &= DD = 11 \\ &\text{یکان} \quad \text{دهگان} \\ 1 + B + B &= 1 \rightarrow B = 0 \end{aligned}$$

۲۰. (الف) خانه‌های جدول  $4 \times 4$  را به صورت زیر شماره‌گذاری می‌کنیم:

۴	۳	۲	۱
۸	۷	۶	۵
۱۲	۱۱	۱۰	۹
۱۶	۱۵	۱۴	۱۳

کفشدوزک خانه‌ی ۱۱ ثابت است. کفشدوزک خانه‌ی ۷ می‌تواند به یکی از خانه‌های ۶ و ۸ برود. (چون در سوت سوم از خانه‌ی ۳ آمده است، نمی‌تواند به آن خانه ببرود). کفشدوزک خانه‌ی ۵ می‌تواند به یکی از خانه‌های ۶ و ۱ برود و کفشدوزک خانه‌ی ۱۴ می‌تواند به یکی از خانه‌های ۱۰ و ۱۳ برود. بنابراین وضعیت کفشدوزک‌ها بعد از سوت چهارم ممکن است به یکی از حالت‌های زیر باشد:



### راه حل مسئله‌های پنج امتیازی

۲۱. (ج) مهسا به یکی از دو حالت زیر می‌تواند عددهایش را انتخاب کند:

حالت اول: ۱، ۲ و ۵

حالت دوم: ۱، ۳ و ۴

پریسا فقط عددهای ۱، ۲ و ۴ را می‌تواند انتخاب کند. بنابراین یا عددهای ۱ و ۲ در هر دو نفر مشترک‌اند یا عددهای ۱ و ۴.

۲۲. (ج) با توجه به ترازوی سمت راست داریم:

$$\textcircled{1} + \textcircled{4} = \textcircled{2} + \textcircled{3} + \textcircled{5} \quad \text{شرط ۱:}$$

بنابراین گویهای  $80^\circ$  و  $50^\circ$  گرمی در کفه‌ی سمت چپ این ترازو و گویهای  $50^\circ$  و  $30^\circ$  گرمی در کفه‌ی سمت راست آن قرار دارند.

با توجه به ترازوی وسط و ترازوی سمت راست، باید دو شرط زیر برقرار باشند:

$$\textcircled{3} + \textcircled{4} > \textcircled{1} + \textcircled{2} \quad \text{شرط ۲:}$$

$$\textcircled{5} + \textcircled{2} > \textcircled{1} + \textcircled{3} \quad \text{شرط ۳:}$$

تنها حالت زیر است که در هر سه شرط صدق می‌کند:

$$\textcircled{1} + \textcircled{4} = \textcircled{2} + \textcircled{3} + \textcircled{5}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$50^\circ + 80^\circ = 50^\circ + 30^\circ + 50^\circ \quad \text{شرط ۱:}$$

$$30^\circ + 80^\circ > 50^\circ + 50^\circ \quad \text{شرط ۲:}$$

$$50^\circ + 50^\circ > 50^\circ + 30^\circ \quad \text{شرط ۳:}$$

۲۳. (د) در گزینه‌ی د، اگر  $C > B$  باشد، آنگاه  $AAABBC > AAABCB$  و اگر  $B < C$  باشد، آنگاه  $AAACBB > AAABCB$

(ج) ۲۴.

$$\begin{aligned} 81 - 36 &= 45 = \text{سن مادر} + \text{سن کتابیون} \\ \Rightarrow 45 &= \text{سن مادر} - \text{سن کتابیون} \end{aligned}$$

بنابراین وقتی کتابیون به دنیا آمد، مادر بزرگش ۴۵ ساله بود.

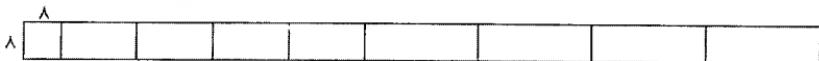
(ب) ۲۵.

$$2 + 3 + 4 + \dots + 10 = 54$$

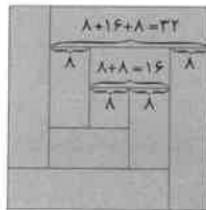
چون بزرگ‌ترین عدد در این مجموعه ۱۰ است، جمع عددهای هر گروه نمی‌تواند از ۱۰ کم‌تر باشد. با توجه به این موضوع و این‌که ۵۴ بر عددهای ۲۷، ۱۸ و ۵۴ بخش‌پذیر است، جمع عددهای هر گروه می‌تواند ۱۸، ۲۷ و ۵۴ باشد. توجه کنید که اگر بتوانیم در هر گروه مجموع ۱۸ را بسازیم، در پایان  $54 \div 18 = 3$  گروه خواهیم داشت که بیش‌ترین تعداد ممکن است.

$$\{8, 10\} \quad \{2, 7, 9\} \quad \{3, 4, 5, 6\}$$

(د) شکل زیر نحوه تقسیم‌بندی و برش‌ها را نشان می‌دهد.



شکل ۱



شکل ۲

حال با توجه به شکل‌های ۱ و ۲ طول نوار مستطیلی شکل پدرام برابر است با:

$$8 + 16 \times 4 + 32 \times 4 = 200 \text{ سانتی‌متر}$$

۲۷. (ب) اگر در هر یک از خانه‌های جدول عدد ۱ را بنویسیم، حاصل جمع عددهای جدول  $25 = 5 \times 5$  می‌شود. چون می‌خواهیم حاصل جمع بیشترین مقدار ممکن باشد و هر مربع  $2 \times 2$  دقیقاً سه رقم یک‌جور داشته باشد، باید در هر مربع  $2 \times 2$  تنها یک صفر داشته باشیم. در هر  $4 \times 4$  مربع کوچک مشخص شده روی شکل، باید یک صفر قرار بگیرد. بنابراین با کمتر از ۴ صفر نمی‌توان خانه‌های جدول را پر کرد. روش پرکردن جدول در شکل زیر آمده است. مجموع عددهای جدول، ۲۱ است.

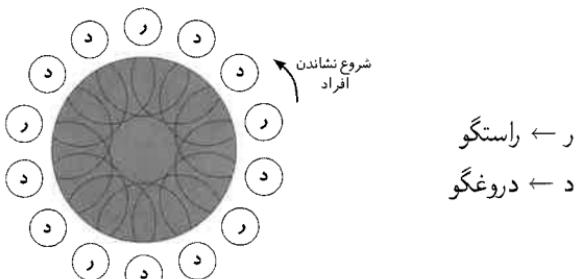
۱	۱	۱	۱	۱
۱	۰	۱	۰	۱
۱	۱	۱	۱	۱
۱	۰	۱	۰	۱
۱	۱	۱	۱	۱

۲۸. (ج) بغل‌دستی‌های هر راستگو، دو دروغگو هستند. بغل‌دستی‌های هر دروغگو می‌توانند به یکی از حالت‌های زیر باشند:

حالت ۱: هر دو بغل‌دستی راستگو هستند.

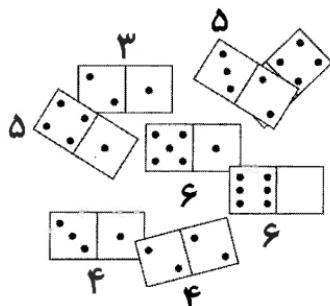
حالت ۲: یکی از بغل‌دستی‌ها دروغگو و دیگری راستگوست.

که در هر دو حالت، او به دروغ می‌گوید «هر دو بغل‌دستی من دروغگو هستند». چون می‌خواهیم تعداد دروغگوها بیشترین باشد، بهتر است حالت ۲ رخ دهد. با توجه به این موضوع، شروع به نشاندن افراد می‌کنیم:

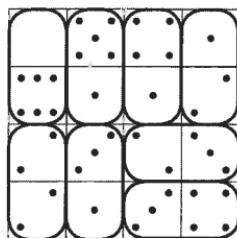


پس تعداد دروغگوها ۹ نفر است.

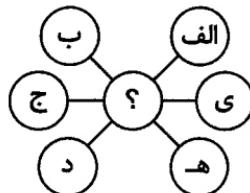
۲۹. (ج) در شکل زیر، بجز دومینویی که زیر دیگری قرار گرفته، تعداد خال‌های هر یک از دومینوها کنار آن نوشته شده است.



مجموع تعداد خال‌های دومینوها باید بر ۴ بخش‌پذیر باشد. اگر تعداد خال‌های نوشته شده روی شکل را با هم جمع کنیم، خواهیم داشت  $3 + 5 + 3 + 5 = 33$ . نیمه‌ی پوشانده شده‌ی دومینو می‌تواند ۳ خال داشته باشد، چون  $36 - 33 = 3$ . حال کافی است حدس خود را امتحان کنیم:



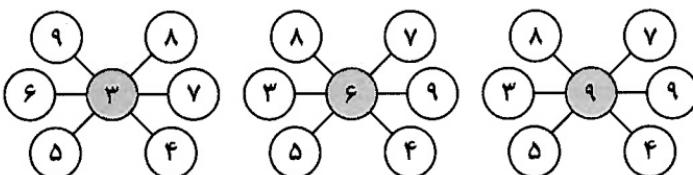
(ه) ۳۰.



$$\begin{aligned} & (\text{الف}) + (\text{ب}) + (\text{د}) = (\text{ب}) + (\text{ه}) + (\text{ج}) = (\text{ج}) + (\text{ه}) + (\text{ی}) \\ \Rightarrow & (\text{الف}) + (\text{د}) = (\text{ب}) + (\text{ه}) = (\text{ج}) + (\text{ه}) \end{aligned}$$

$$3 + 4 + \dots + 8 + 9 = 42$$

از آنجاکه ۳ خط داریم و مجموع هر ۲ دایره‌ی کناری روی یک خط با هم برابر است، پس  $\textcircled{①} - 42$  باید بر ۳ بخش‌پذیر باشد. بنابراین  $\textcircled{⑤}$  می‌تواند ۳، ۶ و ۹ باشد. روش پرکردن دایره‌ها به صورت زیر است:



$$3 + 6 + 9 = 18$$