

راه حل مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۲

راه حل مسئله‌های سه امتیازی

۱. (ج) او باید برای هر کدام از حروف‌های V, I, A, T, K, N, G, O و R رنگی متمایز انتخاب کند.
۲. (ج) حاصل جمع پهنه‌های دو تکه‌ی کناری برابر است با $3 = 3 - 6$ متر، پس پهنه‌ی هر تکه برابر است با $1,5 = \frac{3}{2}$ متر.
۳. (الف) او باید مربعی درست کند که چهارتا از این مربع‌ها در آن جا بگیرند؛ پس باید مربعی به ضلع ۲ چوب‌کبریت درست کند.
۴. (ج) هواپیما $24 - 1 = 23$ ردیف دارد که $23 = 1 - 24$ نتای آن‌ها هستند و یکی چهار صندلی؛ پس تعداد صندلی‌ها برابر است با $23 \times 6 + 4 = 142$.
۵. (ه) ساعت سان‌فرانسیسکو، ۹ ساعت از ساعت مادرید عقب‌تر است؛ پس در ساعت ۹ دیشب به وقت سان‌فرانسیسکو، باید در مادرید ۶ صبح امروز بوده باشد.

۶. (ج) وسط هر شش ضلعی یک نقطه بگذارید و شکل موردنظر را رسم کنید.

۷. (د)

۸. (الف) توجه کنید که کانگورو، دو برابر سکه می‌چرخد!

۹. (ب) دو بادکنک می‌توانند دو سبد را که هر کدام 8° گرم بار دارند بلند کنند؛ پس وزن دو سبد به علاوه‌ی دو 8° گرم برابر است با وزن یک سبد به علاوه‌ی 18° گرم. به این ترتیب، وزن یک سبد برابر است با

$$18^{\circ} - 2 \times 8^{\circ} = 18^{\circ} - 16^{\circ} = 2^{\circ} \text{ گرم}$$

۱۰. (ب) در کل، $4 + 3 = 7$ سیب خورده شده و $5 + 2 = 7$ گلابی؛ پس $4 + 5 = 9$ تا از میوه‌ها خورده شده‌اند و $16 - 9 = 7$ تا از میوه‌ها باقی‌مانده‌اند که باید هشت تایشان سیب باشند و هشت تایشان گلابی. به این ترتیب، تعداد گلابی‌هایی که مادر بزرگ به آن‌ها داده بود برابر است با

$$5 + 8 = 13$$

راه حل مسئله‌های چهار امتیازی

۱۱. (د) توجه کنید که فقط ۳ می‌تواند جای خالی طرف راست ردیف وسط را پر کند؛ پس تکه‌ی بالایش ۶ است و تکه‌ی چپش ۲.

۱۲. (ب) توجه کنید که مکعبی که دیده نمی‌شود با A و C و D همسایه است.

۱۳. (د) از هر شهر به هر کدام از شهرهای دیگر راهی وجود دارد؛ پس در کل $20 = 4 \times 5$ راه داریم. اما هر کدام از این راه‌ها را دوبار شمرده‌ایم؛ پس $10 = 2 \div 20$ راه متمایز داریم. هفت تا از این راه‌ها مرئی هستند؛ پس آليس $10 - 7 = 3$ راه می‌بیند.

۱۴. (ج) حاصل جمع عددی قرمز با عددی آبی، حتماً به ۳ بخش پذیر است؛ چون باقی‌مانده‌ی یکی از آن‌ها بر ۳ برابر ۱ و باقی‌مانده‌ی دیگری بر ۳ برابر ۲ است
 $1 + 2 = 3$.

۱۵. (د) محیط شکل برابر است با ۱۴ طول ضلع مرربع؛ پس طول ضلع هر مرربع برابر است با $3 = 14 \div 4$ سانتی‌متر و در نتیجه، مساحت شکل برابر است با

$$\text{سانتی‌متر مرربع} = 72 = (3 \times 3) \times 8$$

۱۶. (د) همه‌ی کمان‌ها در هر دو شکل به یک اندازه استفاده شده‌اند؛ پس اختلاف محیط برابر است با اختلاف بین حاصل جمع شعاع‌های دور ربع دایره‌ی کوچک و دور ربع دایره‌ی بزرگ، و طول مستطیل؛ یعنی

$$\text{سانتی‌متر} = 20 - 10 - 2 \times 5 = 2 \times 5$$

۱۷. (ج) دو تا خط را که از خانه‌ی بالا شروع می‌شوند، انتخاب می‌کنیم. حاصل جمع عدددهای این دو خط با حاصل جمع دو خط افقی برابر است؛ پس در خط دیگری که از خانه‌ی بالا شروع می‌شود، حاصل جمع دو عدد پایینی دو برابر عدد خانه‌ی بالایی است. با همین استدلال در خط‌های دیگری هم که از خانه‌ی بالا شروع می‌شوند، حاصل جمع دو عدد پایینی دو برابر عدد خانه‌ی بالایی است. به این ترتیب، حاصل جمع همه‌ی خانه‌ها از طرفی برابر است با $7 = 1 + 2 + 2 + 4$ برابر عدد خانه‌ی بالایی و از طرف دیگر برابر است با

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28;$$

پس عدد خانه‌ی بالایی برابر است با

$$28 \div 7 = 4.$$

۱۸. (د) توپ بار اول به اندازه‌ی

$$\frac{4}{5} \times 10 = 8 \text{ متر}$$

بالا می‌رود، بار دوم به اندازه‌ی

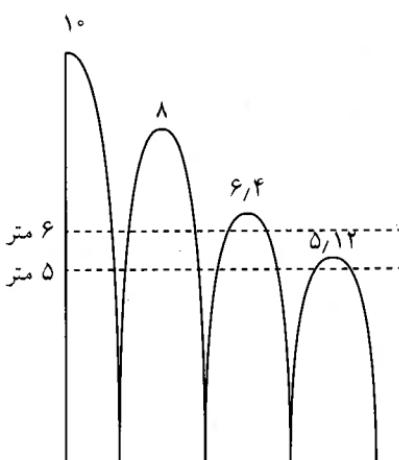
$$\frac{4}{5} \times 8 = 6,4 \text{ متر}$$

بالا می‌رود، بار سوم به اندازه‌ی

$$\frac{4}{5} \times 6,4 = 5,12 \text{ متر}$$

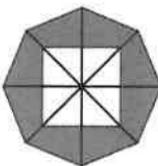
و دفعه‌ی بعد دیگر به ۵ متر نمی‌رسد.

حرکت توپ در نمودار زیر نشان داده شده است:



۱۹. (الف) هر بار جایه‌جا شدن هرکدام از دنده‌های هر چرخ‌دنده، یک دنده از چرخ‌دنده‌ی کناریش را می‌چرخاند؛ پس یک دور چرخیدن چرخ‌دنده‌ی اول که 3° دنده دارد، چرخ‌دنده‌ی آخر را 3° دنده می‌چرخاند که برابر است با $30 \div 10 = 3$.

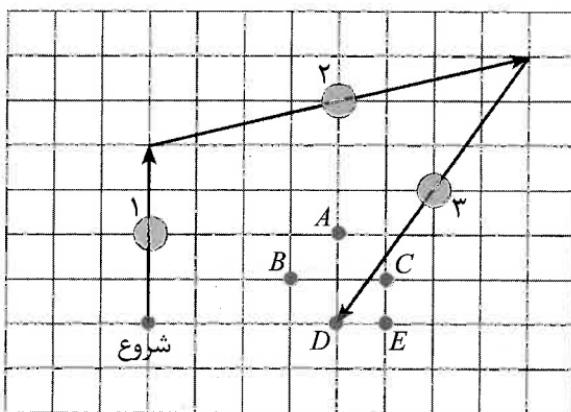
(ج) ۲۰



راه حل مسئله‌های پنج امتیازی

۲۱. (ب) سرکه، ماست و آب به نسبت ۳، ۶ و ۲ هستند.

۲۲. (د)



۲۳. (د) چهار بچه شش ساله‌اند؛ پس دستکم پنج بچه باید هشت ساله باشند و به این ترتیب، از سه بچه‌ی باقی‌مانده، یکی هفت ساله است، یکی نه ساله و یکی ده ساله. میانگین سن بچه‌ها برابر است با

$$\frac{4 \times 6 + 7 + 5 \times 8 + 9 + 10}{12} = 7,5$$

۲۴. (ج) حاصل جمع محیط‌های چهار مستطیل کوچک‌تر برابر است با دو برابر محیط مستطیل بزرگ و محیط مستطیل چهارمی بین ۱۱ و ۱۹ است؛ پس

محیط مستطیل بزرگ از

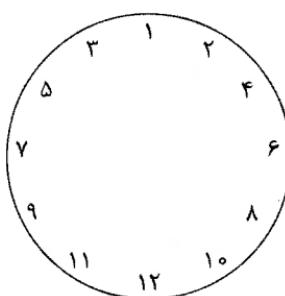
$$\frac{11 + 16 + 19 + 11}{2} = 28,5$$

کمتر نیست، و از

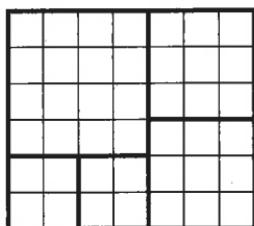
$$\frac{11 + 16 + 19 + 19}{2} = 32,5$$

هم بیشتر نیست.

(د) ۲۵.

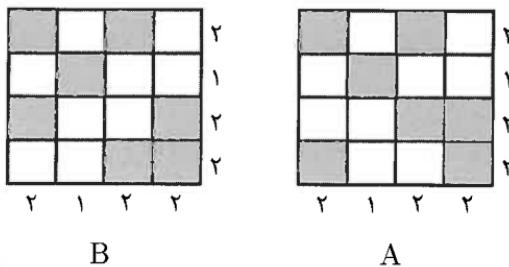


(ب) ۲۶.

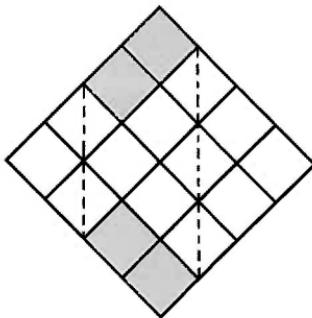


(د) استدلال با بررسی تعداد خانه‌های رنگ شده انجام می‌شود؛ مثلاً در گزینه‌ی ۱، عدد ۴ برای سطر بالا ایجاب می‌کند که هر چهار خانه قرمز شده باشند که با عدد ۰ برای ستون سمت چپ ناسازگار است.

گزینه‌ی (د) را می‌توان به صورت شکل A صفحه‌ی بعد رنگ کرد. توجه کنید که این رنگ‌آمیزی یکتا نیست، و همین مربع به صورت شکل B صفحه‌ی بعد هم رنگ می‌شود.



۲۸. (د) در شکل زیر مساحت هر مربع کوچک $4 = 16 \div 16$ سانتی‌متر مربع است. پس مساحت ناحیه‌ی سایه‌خورده $4 \times 4 = 16$ سانتی‌متر مربع می‌باشد.



۲۹. (ج) رقم یکان، دهگان و صدگان خانه‌ی ادیب را به ترتیب با مثلث، دایره و مربع نشان می‌دهیم. می‌توانیم بنویسیم

$$\begin{array}{r}
 \square \quad \circ \quad \triangle \\
 + \quad \quad \circ \quad \triangle \\
 + \quad \quad \quad \triangle \\
 \hline
 9 \quad 1 \quad 2
 \end{array}$$

- به این ترتیب، رقم یکان باید ۴ باشد، رقم دهگان ۵ (توجه کنید که صفر قابل قبول نیست) و رقم صدگان ۸.

۳۰. (ب) عدد آزاد برابر یک نبوده است چون در آن صورت عدد بهزاد را می‌فهمید.

عدد بهزاد برابر دو نبوده است چون در آن صورت بهزاد با فهمیدن اینکه عدد آزاد یک نیست، می‌فهمید که عدد او برابر سه است.
پس عدد آزاد سه بوده و با فهمیدن اینکه عدد بهزاد برابر دو نیست، عدد آزاد را یافته است.