

راه حل مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۱

راه حل مسئله‌های سه امتیازی

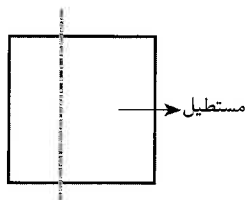
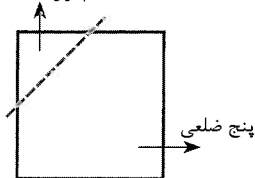
۱. (ج) در یک هفته، هفت حرف را می‌نویسد و حرف آخر را در چهارشنبه‌ی بعدی می‌نویسد.

۲. (ب) یک ساعت دوتا نیم‌ساعت است و $۵۶ = ۲ \times ۲۸$ کیلومتر

۳. (د) هر مکعب ۶ وجه دارد و $۳۶ = ۶ \times ۶$

۴. (الف)

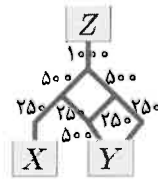
مثلث متساوی‌الساقین
قائم‌الزاویه



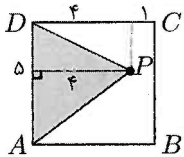
۵. (ه) اگر همه‌ی اعداد در شماره‌گذاری استفاده می‌شدند، شماره‌ی پانزدهمین

خانه ۲۹ می‌شد. اما شماره‌های ۳، ۱۳ و ۲۳ در شماره‌گذاری استفاده نشده‌اند، پس سه‌تا شماره‌ی بعد از ۲۹ یعنی ۴۱، ۴۵ و ۴۷ هم در شماره‌گذاری استفاده می‌شوند.

۶. (ب)



۷. (ب)

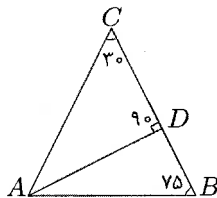


$$(5 \times 4) \div 2 = 10 \text{ cm}^2$$

۸. (د) $\hat{B} = (180 - 30) \div 2 = 75^\circ$

$\hat{D} = 90^\circ$

$\widehat{BAD} = 180 - (90 + 75) = 15^\circ$



۹. (ه)

۱۰. (د)

$$60 \times \frac{1}{3} = 20$$

میلی لیتر (ml) $(2 \times 7) \times (60 + 20) = 1120$

راه حل مسئله‌های چهار امتیازی

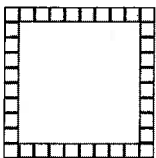
۱۱. (د) چون در این جدول یکی از A ها در همسایگی K است و بعد از K قرار دارد. A دیگر باید بعد از G باشد؛ اما در گزینه‌ی «د» در هیچ خانه‌ای با آن اشتراک ندارد.

۱۲. (ب) $۲۱۰۱ \rightarrow ۲۰۱۱ \rightarrow ۱۲۱۰$

$۲۱۰۱ - ۱۲۱۰ = ۸۹۱$

۱۳. (ه)

۱۷
۳۰
+ ۴۹
۹۶



۱۴. (ج) در شکل روبه‌رو نمای این محوطه از بالا نمایش داده شده است. $۸ \times ۸ = ۶۴$ مکعب برای پوشاندن سطح داخل آن لازم است.

۱۵. (ب) $۳۷۲ \div ۳۱ = ۱۲$

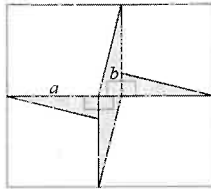
$۱۲ \times ۳۰۱ = ۳۶۱۲$

۱۶. (د)

عرض مستطیل $= a + a = ۲۸ \rightarrow a = ۲۸ \div ۲ = ۱۴ \text{ cm}$

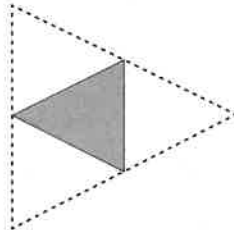
طول مستطیل $= a + a + b = ۳۰ \rightarrow b = ۳۰ - ۲۸ = ۲ \text{ cm}$

مساحت ۴ مثلث $= ۴ \times \frac{a \times b}{۲} = ۴ \times \frac{۱۴ \times ۲}{۲} = ۵۶ \text{ cm}^۲$

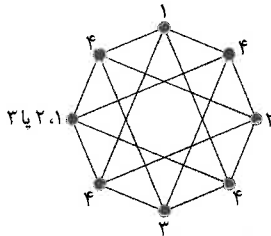


۱۷. (ه) تیم کانگورو تنها یک گل خورده است. این گل مربوط به بازی است که این تیم در آن باخته است و نتیجه $۱-۰$ شده است. در بازی مساوی، نتیجه $۰-۰$ بوده است. پس در بازی‌ای که تیم کانگورو در آن برنده شده است، سه گل زده و گلی نخورده است.

۱۸. (ج) چهارمین نقطه می‌تواند هر یک از نقاط مشخص شده در شکل زیر باشد.



۱۹. (د) هر یک از نقاطی که با ۴ مشخص شده‌اند با یک پاره‌خط به ۱، با یک پاره‌خط به ۲ و با یک پاره‌خط به ۳ وصل شده‌اند.



$$۲۰. (ج) ۸۰ - ۳ = ۷۷$$

$$۷۷ = ۷ \times ۱۱$$

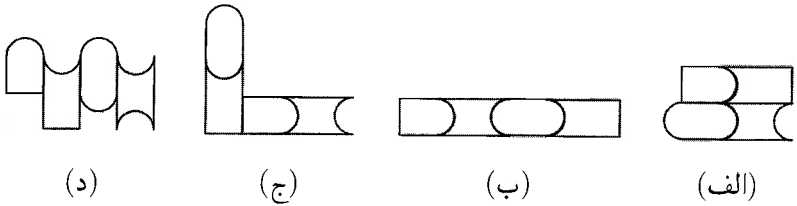
تعداد دخترها ۷ تا و تعداد پسرها $۳ = ۷ - ۱۰$ تا است.

راه حل مسئله‌های پنج امتیازی

۲۱. (ه) هر قطعه ۵ تا مربع دارد. اگر x قطعه در ساخت مربع استفاده شود، تعداد مربع‌های کوچک در مربع ساخته شده برابر $۵ \times x$ خواهد شد. $۵ \times x$ باید مربع کامل باشد. از میان گزینه‌ها تنها با قرار دادن ۲۰ به جای x حاصل $۵ \times x$ مربع کامل می‌شود:

$$۵ \times ۲۰ = ۱۰۰ = ۱۰ \times ۱۰$$

۲۲. (ه)



۲۳. (ج) انتخاب‌های ممکن عبارتند از:

۲، ۶، ۱۰ و ۳۰

۳، ۶، ۱۵ و ۳۰

۵، ۱۰، ۱۵ و ۳۰

۶، ۱۰، ۱۵ و ۳۰

۲۴. (د)

مربع کوچک سیاه وجود دارد.	$۱ \times ۱ = ۱$	در اولین مربع شطرنجی
مربع کوچک سیاه وجود دارد.	$۲ \times ۲ = ۴$	در دومین مربع شطرنجی
مربع کوچک سیاه وجود دارد.	$۳ \times ۳ = ۹$	در سومین مربع شطرنجی
		...
مربع کوچک سیاه وجود دارد.	$۵ \times ۵ = ۲۵$	پس در پنجمین مربع شطرنجی

تعداد سطرها و ستون‌های پنج‌مین مربع شطرنجی برابر پنج‌مین عدد فرد یعنی ۹ است. پس تعداد کل مربع‌های کوچک در آن $9 \times 9 = 81$ و تعداد مربع‌های کوچک سفید در آن $81 - 25 = 56$ تا است.

۲۵. (الف)

$$a = 9 \text{ cm}$$

$$b = 8 \text{ cm}$$

$$c = 9 - 8 = 1 \text{ cm}$$

$$d = c + a = 10 \text{ cm}$$

$$e = b - c = 7 \text{ cm}$$

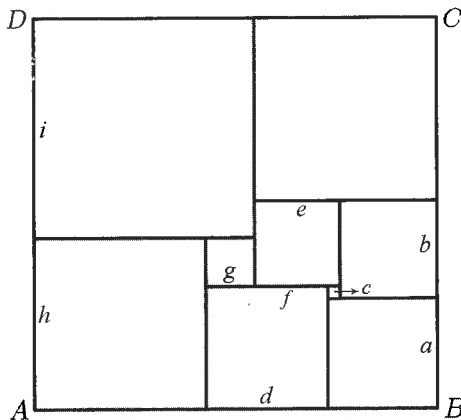
$$f = e - c = 6 \text{ cm}$$

$$g = d - f = 4 \text{ cm}$$

$$h = g + d = 14 \text{ cm}$$

$$i = h + g = 18 \text{ cm}$$

$$\text{ضلع مربع} = h + i = 32 \text{ cm}$$



۲۶. (الف) ماهی که ۵ تا شنبه و ۵ تا یکشنبه دارد و ۴ تا جمعه و ۴ تا دوشنبه، از شنبه آغاز می‌شود و یکشنبه به پایان می‌رسد. ماه بعد از آن از دوشنبه آغاز می‌شود، بعد از چهار هفته‌ی کامل، بیست و نهمین روز ماه پنجمین دوشنبه، سی‌امین روز ماه پنجمین سه‌شنبه و سی‌ویکمین روز ماه پنجمین چهارشنبه است.

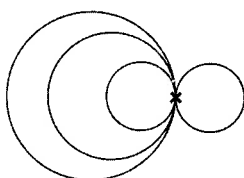
(در ماه‌های شمسی تنها در اسفند سی‌روزه و فروردین سی‌ویک‌روزه، دو ماه به‌ترتیبی که در مسئله آمده است، می‌تواند وجود داشته باشد.)

۲۷. (ه) عددهایی از تاس را که حاصل جمع آن‌ها ۵ است، پیدا می‌کنیم: $2 + 3 = 5$ و $1 + 4 = 5$. پس هر یک از چهاروجهی که دویه‌دو به هم چسبیده‌اند، تنها می‌توانند با یکی از عددهای ۱، ۲، ۳ یا ۴ مشخص شوند. دوتا وجه روبه‌روی هم از تاس وسطی جزء این چهار وجه هستند و چون حاصل جمع عددهایشان باید برابر ۷ شود، پس عددهای روی آن‌ها تنها می‌تواند ۳ و ۴ باشد.

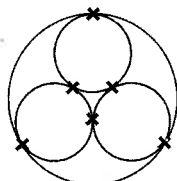
اگر وجه پایینی تاس وسطی ۴ باشد، وجه بالایی تاس پایینی باید $5 - 4 = 1$ باشد که با توجه با این‌که وجه دیگری از آن با یک نقطه مشخص شده است، امکان‌پذیر نیست. پس وجه پایینی تاس وسطی ۳، وجه بالایی آن ۴، وجه پایینی تاس بالایی $1 = 5 - 4$ و وجه بالایی آن $6 = 1 - 1$ است.

(این مسئله راه‌حل هوشمندانه‌تری هم دارد.)

۲۸. (د) هر دایره با سه دایره‌ی دیگر در یک نقطه مشترک است. پس تعداد نقاط اشتراک می‌تواند $\frac{3 \times 4}{2} = 6$ نقطه باشد (شکل ۱ را ببینید). البته می‌توان شکلی کشید که کم‌تر از ۶ نقطه‌ی مشترک میان دایره‌ها در آن دیده شود (شکل ۲ را ببینید).



شکل ۲



شکل ۱

۲۹. (ج) فرض ۱: آریا دروغ گفته ← شایان راست گفته ← مهرداد دروغ گفته و سبحان راست گفته.

فرض ۲: آریا راست گفته ← شایان دروغ گفته ← مهرداد راست گفته و سبحان دروغ گفته.

در هر دو حالت، دوتا از بچه‌ها دروغ گفته‌اند.

۳۰. (الف) عدد \overline{abcde} را در نظر بگیرید.

عدد پنج‌رقمی باید بر ۵ بخش پذیر باشد، پس $e = 5$. دو رقم اول باید عددی دورقمی و زوج باشد و چهار رقم اول باید عددی چهاررقمی بخش پذیر بر ۴ باشد. پس d و b اعدادی زوج هستند (۲، ۴) و a و c فرد (۱، ۳). سه رقم اول باید عددی سه‌رقمی بخش پذیر بر ۳ باشد. پس $a + b + c$ باید بر ۳ بخش پذیر باشد. $a + c = 1 + 3 = 4$ ، پس b تنها می‌تواند ۲ باشد و بنابراین d باید ۴ باشد. اما هیچ‌کدام از عددهای ۱۲۳۴ و ۳۲۱۴ بر ۴ بخش پذیر نیستند. پس عددی که همه‌ی شرایط مسئله را داشته باشد، وجود ندارد.