راه‌حل مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۰

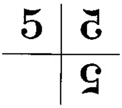
راه‌حل مسئله‌های سه امتیازی

۱. (ج)

$$\underbrace{\blacktriangle+\blacktriangle}+۶=\underbrace{\blacktriangle+\blacktriangle}+\blacktriangle+\blacktriangle \Longrightarrow ۶=\blacktriangle+\blacktriangle$$

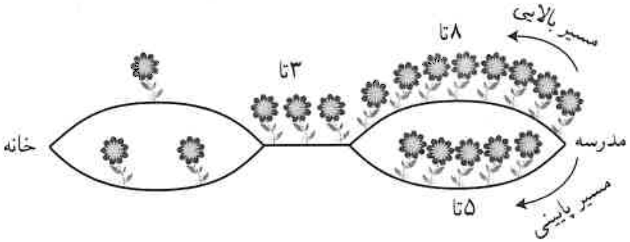
$$\Longrightarrow \blacktriangle = ۶ \div ۲$$

$$\Longrightarrow \blacktriangle = ۳$$



۲. (ج) ابتدا قرینه‌ی 5 را نسبت به خط عمودی به‌دست آورده و سپس قرینه‌ی شکل حاصل را نسبت به خط افقی پیدا می‌کنیم.

۳. (د) مسیر را از مدرسه به خانه در نظر می‌گیریم.



مسیر بالایی

$$۸ + ۳ + ۱ = ۱۲$$

$$۸ + ۳ + ۲ = ۱۳$$

مسیر پایینی

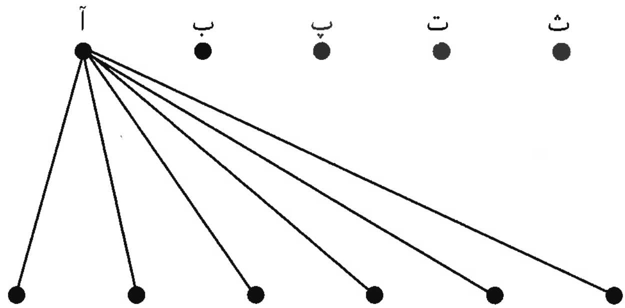
$$۵ + ۳ + ۱ = ۹$$

$$۵ + ۳ + ۲ = ۱۰$$

بنابراین اگر مسیر بالایی را انتخاب کند حداقل ۱۲ گل را خواهد دید. اگر مسیر پایینی را انتخاب کند حداکثر ۱۰ گل خواهد دید. یعنی هیچگاه نمی‌تواند ۱۱ گل ببیند.

۴. (هـ) بین پله‌ی دهم و بیست‌ویکم، $۱۱ = ۱۰ - ۲۱$ پله وجود دارد. چون پله‌ی دهم نیز شمارش شده است، بنابراین احمد $۱۲ = ۱ + ۱۱$ پله را شمرده است.

۵. (ج) نقطه‌ی آ را می‌توان به ۶ نقطه‌ی مقابلش وصل کرد و ۶ پاره‌خط به‌وجود آورد. در مورد نقطه‌ی ب و پ و ت و ث نیز به همین ترتیب. تعداد پاره‌خط‌ها $۳۰ = ۶ \times ۵$ است.



۶. (هـ)

تعداد پاهای پشه‌ها $۲ \times ۶ = ۱۲$

تعداد پاهای عنکبوت‌ها $۳ \times ۸ = ۲۴$

تعداد پاهای پرنده‌ها $۱۰ \times ۲ = ۲۰$

تعداد پاهای گربه‌ها $\square \times ۴$

تعداد گربه‌ها

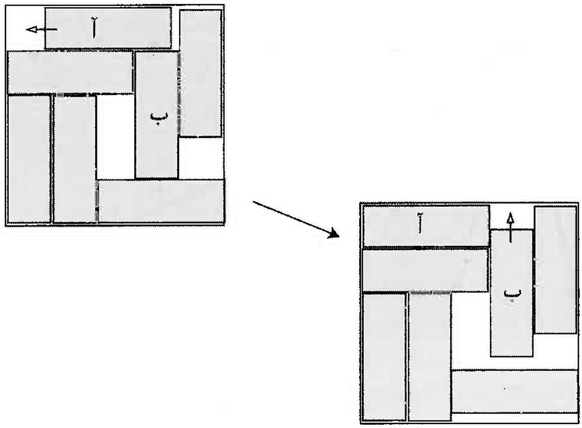
تعداد پاهای پشه و عنکبوت $۱۲ + ۲۴ = ۳۶$

$\square \times ۴ + ۲۰ = ۳۶$

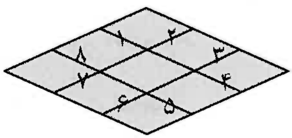
$۳۶ - ۲۰ = ۱۶$

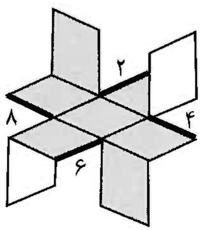
تعداد گربه‌ها $۱۶ \div ۴ = ۴$

۷. (ج) کافی است قطعه‌ی «آ» را به سمت چپ و قطعه‌ی «ب» را به سمت بالا حرکت داد.



۸. (ب)

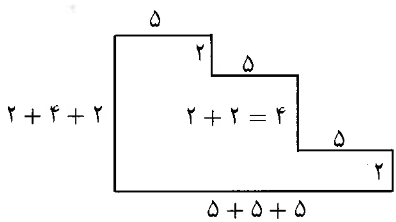




۹. (ب)

$$\text{محیط} = ۵ + ۲ + ۵ + \underbrace{۴}_{۲+۲} + ۵ + ۲ + ۵ + ۵ + ۵ + ۲ + \underbrace{۴}_{۲+۲} + ۲$$

$$\text{محیط} = ۶ \times ۵ + ۸ \times ۲$$



۱۰. (ب) با دنبال کردن مسیر گره‌ها، مشخص می‌شود که گره‌ی «ب» واقعی است.

راه‌حل مسئله‌های چهار امتیازی

۱۱. (هـ)

الف) $\underbrace{۲۰ \times ۱۰} + \underbrace{۲۰ \times ۱۰} = ۲۰۰ + ۲۰۰ = ۴۰۰$

ب) $\underbrace{۲۰ \div ۱۰} \times ۲۰ \times ۱۰ = ۲ \times ۲۰ \times ۱۰ = ۴۰۰$

ج) $\underbrace{۲۰ \times ۱۰ \times ۲۰} \div ۱۰ = ۴۰۰۰ \div ۱۰ = ۴۰۰$

د) $\underbrace{۲۰ \times ۱۰} + \underbrace{۱۰ \times ۲۰} = ۲۰۰ + ۲۰۰ = ۴۰۰$

هـ) $\underbrace{۲۰ \div ۱۰} \times ۲۰ + ۱۰ = \underbrace{۲ \times ۲۰} + ۱۰ = ۴۰ + ۱۰ = ۵۰$

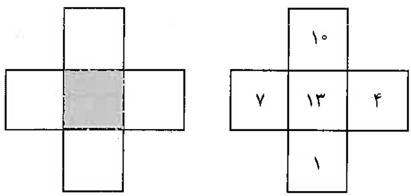
۱۲. (د)

۱۳. (د)

$$\boxed{?} \rightarrow \div ۷ \rightarrow +۷ \rightarrow \times ۷ \rightarrow ۷۷۷$$

$$\boxed{۷۲۸} \leftarrow \times ۷ \xleftarrow{۱۰۴} -۷ \xleftarrow{۱۱۱} \div ۷ \leftarrow ۷۷۷$$

۱۴. (هـ) با توجه به شکل، عددی که در خانه‌ی وسط قرار می‌گیرد، هم در سطر و هم در ستون قرار دارد. پس اگر آن را کنار بگذاریم؛ جمع دو عدد روی سطر و دو عدد روی ستون، با هم مساوی خواهند بود. با توجه به اعداد داده شده، متوجه می‌شویم که اگر ۱۳ را کنار بگذاریم، حاصل‌جمع ۱۰ و ۱ با حاصل‌جمع ۷ و ۴ مساوی می‌شوند. یعنی عدد ۱۳ باید وسط قرار گیرد.



سطر : $۷ + ۱۳ + ۴ = ۲۴$

ستون : $۱۰ + ۱۳ + ۱ = ۲۴$

۱۵. (ب) چون برای تهیه‌ی یک روزنامه‌ی ۶۰ صفحه‌ای به ۱۵ برگ نیاز داریم، پس متوجه می‌شویم که هر برگ روزنامه باید شامل ۴ صفحه باشد (دو صفحه قبل از رسیدن به وسط و دو صفحه بعد از رسیدن به وسط روزنامه).

برگه‌ی اول: صفحه‌ی ۱، ۲ و ۵۹، ۶۰

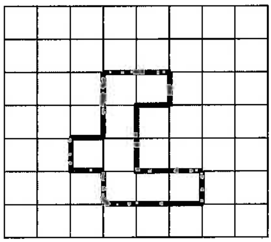
برگه‌ی دوم: صفحه‌ی ۳، ۴ و ۵۷، ۵۸

برگه‌ی سوم: صفحه‌ی ۵، ۶ و ۵۵، ۵۶

برگه‌ی چهارم: صفحه‌ی ۷، ۸ و ۵۳، ۵۴

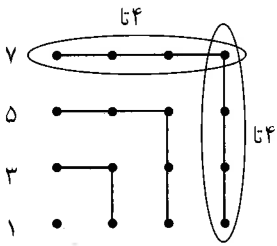
برگه‌ی چهارم و بنابراین صفحات ۷، ۸ و ۵۳، ۵۴ گم شده است.

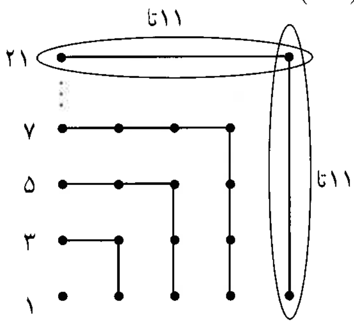
۱۶. (ج) یک چندضلعی را طوری رسم می‌کنیم که ضلع‌ها یکدیگر را قطع نکنند و کم‌ترین مربع را در خود شامل شود.



شکل‌های دیگری هم شامل ۸ مربع می‌توان رسم کرد.

۱۷. (الف)





۱۸. (ب) فرض کنید او از دو رنگ قرمز و زرد استفاده می‌کند. ۸ گل مختلف می‌تواند داشته باشد:

۵ زرد

۱ زرد، ۴ قرمز

۲ زرد، ۳ قرمز (زردها کنار هم باشند)

۲ زرد، ۳ قرمز (زردها کنار هم نباشند)

۳ زرد، ۲ قرمز (زردها کنار هم باشند)

۳ زرد، ۲ قرمز (زردها کنار هم نباشند)

۴ زرد، یک قرمز

۵ قرمز

۱۹. (هـ) مساحت مربع: $۶ \times ۶ = ۳۶$

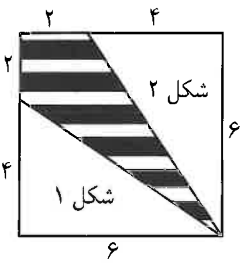
مساحت شکل ۱: $(۴ \times ۶) \div ۲ = ۱۲$

مساحت شکل ۲: $(۴ \times ۶) \div ۲ = ۱۲$

مساحت قسمت سفید: $۱۲ + ۱۲ = ۲۴$

مساحت قسمت رنگی: $۳۶ - ۲۴ = ۱۲$

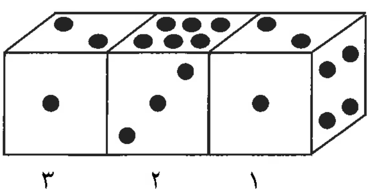
$$\frac{۱۲}{۳۶} = \frac{۱}{۳}$$

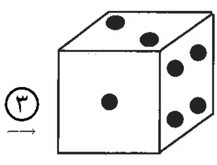


۲۰. (ب)

در مکعب ۱:

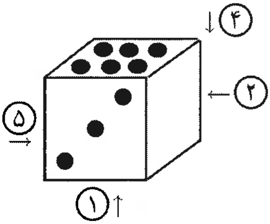
مقابل وجه ۴، وجه ۳ قرار دارد.





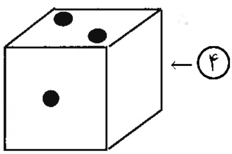
در مکعب ۲:

مقابل وجه ۶، وجه ۱؛ مقابل وجه ۳، وجه ۴ قرار دارد. پس دو وجه کناری، وجه‌های ۲ و ۵ خواهد بود.



در مکعب ۳:

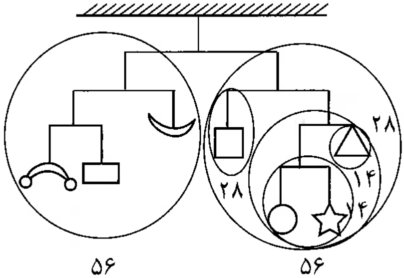
با توجه به مکعب ۱، مشخص می‌شود که وجه سمت راستی آن ۴ است.



مجموع: $۳ + ۵ + ۲ + ۴ = ۱۴$

راه‌حل مسئله‌های پنج امتیازی

۲۱. (ب) چون آویز در حال تعادل است، پس وزن کل آویز به‌طور مساوی بین دو طرف آن پخش شده است.



۱۱۲ ÷ ۲ = ۵۶

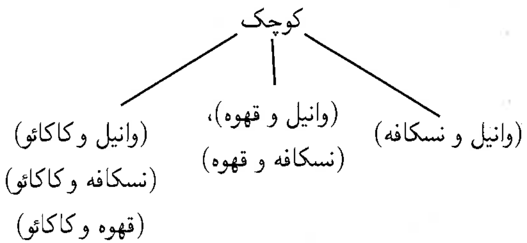
به همین ترتیب: ۵۶ ÷ ۲ = ۲۸

۲۸ ÷ ۲ = ۱۴

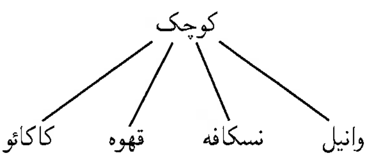
وزن ستاره ۱۴ ÷ ۲ = ۷

۲۲. (الف) ابتدا شیرینی‌های کوچک را در نظر می‌گیریم:

اگر از دو نوع پودر استفاده شود:



اگر از یک نوع پودر استفاده شود:



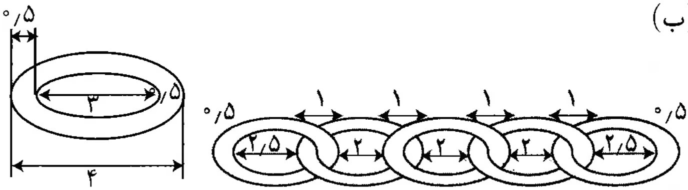
پس ۱۰ = ۶ + ۴ نوع مختلف شیرینی کوچک ممکن است تولید شود.

برای شیرینی‌های بزرگ و متوسط نیز به همین ترتیب می‌توان عمل کرد. بنابراین می‌توان ۳۰ = ۱۰ × ۳ نوع مختلف شیرینی تولید کرد.

۲۳. (ت) اگر از فاطمه شروع کنیم. خود او اولین ۶۰ را خواهد گفت و از بازی حذف می‌شود. سپس حدیث ۱۰ می‌گوید و هانیه ۶۰ را خواهد گفت و از بازی

حذف می‌شود. سپس مریم شروع کننده است و حدیث حذف می‌شود، دوباره مریم شروع کننده است و زهرا حذف می‌شود و فقط مریم می‌ماند. پس برای آن‌که در آخر به جای مریم، زهرا باقی بماند، باید به جای فاطمه از حدیث شروع کنیم.

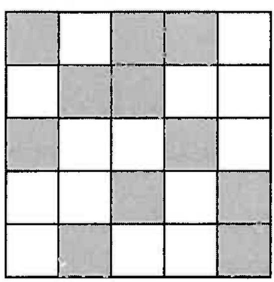
۲۴. (ب)

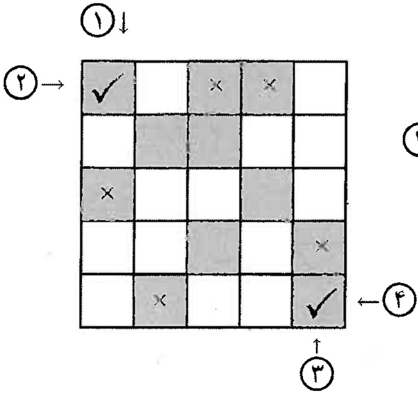


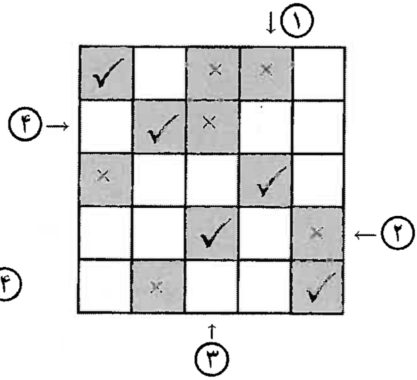
$$۰/۵ + ۲/۵ + ۱ + ۲ + ۱ + ۲ + ۱ + ۲ + ۱ + ۲/۵ + ۰/۵ = ۱۶$$

۲۵. (ج) با حدس و آزمایش تساوی $۴۶۵۶ = ۶ \times ۷۷۶$ را می‌توان یافت.

۲۶. (ج) ابتدا خانه‌های سیاه گوشه‌ی بالایی سمت چپ و گوشه‌ی پایینی سمت راست را در نظر می‌گیریم. بر اساس آن‌ها شروع به سفید کردن خانه‌های سیاه در سطرها و ستون‌ها می‌کنیم. علامت ✓ نشان‌دهنده‌ی باقی گذاشتن خانه و علامت × نشان‌دهنده‌ی سفید کردن خانه است.







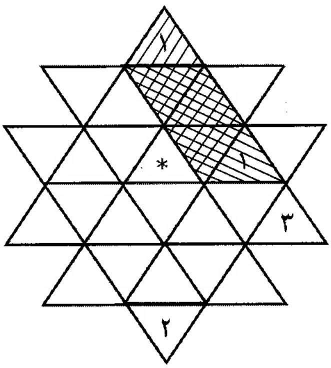
۲۷. (ب) با دنبال کردن مسیر طناب، گزینه‌ی «ب» مشخص می‌شود.

۲۸. (الف) با توجه به شکل، عددهای زوج در سمت راست سالن هستند و چون عدد ۱۰۰ زوج است، پس محمد باید یک عدد زوج را انتخاب نماید تا نزدیک علی بنشیند. با توجه به الگوی موجود در صندلی‌ها (هر صندلی با صندلی کناری دو عدد فاصله و با یک ردیف بالایی ۲۰تا فاصله دارد.) می‌توان جای صندلی‌ها را مشخص کرد:

ردیف ششم ←		۱۰۲	۱۰۴	۱۰۶	۱۰۸	۱۱۰	...	۱۱۸	۱۲۰
	۲۰								
ردیف پنجم ←		۸۲	۸۴	۸۶	۸۸	۹۰	...	۹۸	۱۰۰
		⋮	⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮
		۲۲	۲۴	۲۶	۲۸	۳۰	...	۳۸	۴۰
	۲۰								
		۲	۴	۶	۸	۱۰	...	۱۸	۲۰

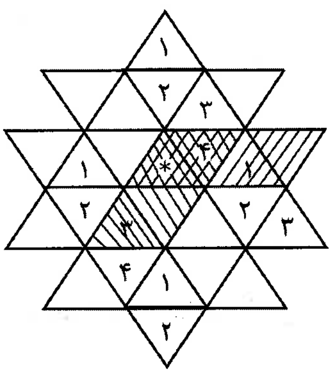
۲۹. (ب) در شکل صفحه‌ی بعد ۲تا از قطعاتی که زیر آن‌ها باید ۱، ۲، ۳

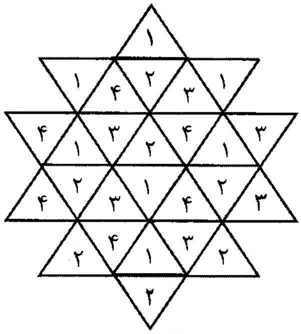
و ۴ دیده شود، مشخص شده است. این ۲ قطعه در سه مثلث باهم مشترکند. پس در مثلث‌هایی که در ۲ قطعه هستند و روی هم قرار ندارند باید یک عدد نوشته شده باشد.



با همین استدلال می‌توان عددهای برخی خانه‌های دیگر را هم پیدا کرد.

در شکل زیر عددهای برخی از خانه‌ها پیدا شده است. در این شکل خانه‌ی موردنظر در دو قطعه قرار دارد، عدد این خانه از یک طرف نمی‌تواند ۱ یا ۴ باشد و از طرف دیگر نمی‌تواند ۳ باشد. پس ۲ را در این خانه قرار می‌دهیم و با همین استدلال بقیه‌ی خانه‌ها را هم پر می‌کنیم:





۳۰. (د) چون عددها با هم متفاوت است پس حتماً سه‌تا از اختاپوس‌ها دروغ می‌گویند، پس هفت‌پا هستند و روی هم ۲۱پا دارند. یکی از اختاپوس‌ها هم راستگو است و ۶ یا ۸ پا دارد. در میان عبارت‌ها تنها ۲۷ = ۶ + ۲۱ می‌تواند درست باشد. پس اختاپوس سبز راست گفته است.